

# Problem konjunkcije u prirodnom jeziku

---

**Pauletig, Tomislav**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2018**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Rijeka, Faculty of Humanities and Social Sciences / Sveučilište u Rijeci, Filozofski fakultet u Rijeci**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:186:638698>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-09-21**



*Repository / Repozitorij:*

[Repository of the University of Rijeka, Faculty of Humanities and Social Sciences - FHSSRI Repository](#)



**SVEUČILIŠTE U RIJECI**  
**FILOZOFSKI FAKULTET**

**Tomislav Pauletig**

***Problem konjunkcije u prirodnom jeziku***

**Diplomski rad**

**Rijeka, rujan 2018**

SVEUČILIŠTE U RIJECI  
FILOZOFSKI FAKULTET

Odsjek za filozofiju

Studijske grupe: filozofija i talijanski jezik i književnost

Student: Tomislav Pauletig

Matični broj: 19543

JMBAG: 0069031629

***Problem konjunkcije u prirodnom jeziku***

Diplomski rad

Mentorica: dr. sc. Majda Trobok

Rijeka, rujan 2018

## Sažetak

Cilj ovog rada je analizirati na koji način problem konjunkcije funkcionira kada mu se pristupa iz perspektive prirodnog jezika, a posebice je proučen jedan od najpoznatijih primjera te vrste: Lindin problem. Pod pretpostavkom da istraživanje, koje su osmislili i proveli Daniel Kahneman i Amos Tversky, zahtijeva od ispitanika odgovor koji će poštivati formalna pravila logike, a radi kojih se problem i pojavljuje, u radu pokazujem da je pitanje sročeno na način da kod ispitanika zahtijeva promišljanje na prirodnom, neformalnom jeziku. U tom slučaju se pojavljuje implikacija (koja je u prirodnom jeziku neizbježna) te problem konjunkcije u potpunosti nestaje. U radu se pozivam i na istraživanja koja su proveli razni autori (među njima, Hertwig i Gigerenzer) koja podupiru neke od zaključaka koje sam u radu pokazao. U završnom dijelu, dajem kratki osvrt na razlike između formalnog i neformalnog jezika, te obrazlažem zašto se ljudska racionalnost ne može poistovjetiti sa logičnošću.

**Ključne riječi:** problem konjunkcije, Lindin problem, Daniel Kahneman, Amos Tversky, racionalnost, implikacija, prirodni jezik

# Sadržaj

Uvod.....	3
1. Linda.....	5
2. Racionalnost u ljudima.....	6
2.1. Racionalnost povlači logičnost.....	7
2.1.1. Racionalnost isključuje interferenciju emocija.....	8
2.1.2. Racionalnost isključuje nejasnoće prirodnog jezika.....	8
2.1.3. Približna definicija racionalnosti.....	9
2.2. Empirijska istraživanja dokazuju da nismo logični.....	9
2.3. Ljudi su racionalni.....	10
2.4. Možemo li biti racionalni? .....	11
3. Problem konjunkcije.....	12
3.1. U čemu je problem? .....	13
3.2. Odnos konjunkcije i jednostavne propozicije.....	13
4. Vjerojatnost.....	16
4.1. Vjerojatnost jednostavne propozicije.....	16
4.2. Nemogući i sigurni događaji.....	17
4.3. Vjerojatnost i frekvencija.....	18
4.4. Vjerojatnost konjunkcije.....	19
5. Vjerojatnost u Lindinom problemu.....	20
5.1. Kako zadati vjerojatnost? .....	20
5.2. Grafički prikaz Lindinog problema.....	20
5.3. Kontekstualne informacije u procjeni vjerojatnosti.....	23

5.4. Izračun vjerojatnosti u Lindinom problemu.....	24
6. Problem konjunkcije u prirodnom jeziku.....	27
6.1. Grafički prikaz problema u formalnom jeziku.....	28
6.2. Formalizacija problema konjunkcije.....	32
6.3. Implikacija u prirodnom jeziku.....	32
6.4. Implikacija dvije konjunkcije.....	34
6.5. Procjena vjerojatnosti za dvije konjunkcije.....	36
6.6. Grafički prikaz implicitne konjunkcije.....	37
6.7. Dvije prostorije.....	43
7. Alternativne interpretacije.....	44
7.1. Blokiranje implikacije.....	44
7.2. Neizbježnost implikacije.....	45
7.3. Maksimalna relevantnosti u prirodnom jeziku.....	46
Zaključak.....	47
Popis literature.....	48
Popis priloga.....	50

## Uvod

Lindin je problem jedan od najpoznatijih dokaza u prilog tezi da ljudi nisu racionalni. Ljudska se racionalnost, naime, vrlo često shvaća kao logičnost. Pod racionalnim djelatnicima, mislimo na osobe koje su konzistentne u logičkim operacijama, i koje prihvaćaju logičke posljedice svojih vjerovanja. Istraživanje koje su proveli Daniel Kahneman i Amos Tversky pokazuje da ispitanici griješe u procjeni vjerojatnosti, i redovito pripisuju veću vjerojatnost konjunktivi dvaju događaja u odnosu na jednostavnu propoziciju koja je dio te konjunktije. No ukoliko ljudi griješe u logičkom zaključivanju (a ovaj je primjer samo najpoznatiji, nikako ne i jedini), što nam to saznanje govori o ljudskoj racionalnosti? Treba li zaključiti da racionalnost nije istovjetna logičnosti, i da je ta intuicija, koja je duboko usađena u nama, u suštini pogrešna? Ili moramo izvesti još radikalniju konkluziju, i tvrditi da ljudi zapravo nisu racionalni?

Osobno, više naginjem prvom odgovoru, iz nekoliko razloga. Prvo, izvjesno je da postoji neka vrsta jaza između prirodnog jezika koji svakodnevno koristimo, i formalnog jezika koji koristimo u logičkim operacijama, a što ću i pokazati tokom ovog rada. Drugo, rezultati pokazuju da su se ispitanici u stanju prilagoditi istraživanju ukoliko ih se navede da koriste jezik matematike i logike, što ponovo navodi na zaključak da se radi o problemu „jezika“. Treće, vezano sa prethodnim opažanjem, sama činjenica da su se ljudi u stanju prilagoditi ukazuje na visoku razinu racionalnosti, koja se očituje u adaptiranju na drugačije uvjete i u usvajanju drugačijeg načina razmišljanja. Detaljnom analizom Lindinog problema, pokazati ću da ljudi u suštini jesu racionalni, te da je kriterij kojim se pokušava izjednačiti racionalnost sa logičnošću u suštini pogrešan.

U prvom poglavlju predstavljam pitanje čitatelju, u onom obliku u kojem je to pitanje predstavljeno ispitanicima iz izvornog istraživanja.

U drugom poglavlju, nudim kratku analizu pitanja racionalnosti i problema njene definicije. Predstavljam tri zaključka koja upućuju na to da ljudi nisu racionalni (kao što tvrde Kahneman i Tversky) te detaljnije opisujem kontekst u kojem se problem izvorno pojavljuje.

Treće poglavlje detaljnije objašnjava problem koji je predstavljen u prvom poglavlju; na jednostavan način, pojašnjeno je u čemu se problem ustvari sastoji, te kako do njega dolazi. Koristim se i grafičkim prikazima (Vennovim dijagramima) i primjerima koji pojašnjavaju odnos između konjunktije i jednostavne propozicije koja je dio konjunkta.

Četvrto poglavlje posvećeno je detaljnom objašnjenju izračuna vjerojatnosti, koji je u temelju problema konjunkcije. Opširno je objašnjena matematička vjerojatnost, način na koji ona funkcionira, te metode kojom se izračunavaju vjerojatnosti jednostavnih propozicija, ali i konjunkcija.

U petom se poglavlju nadovezujem na temu iz četvrtog poglavlja, prikazujući matematički izračun za vjerojatnost u Lindinom problemu. Nudim detaljno objašnjenje načina na koji se vjerojatnost zadaje, te matematički prikaz odnosa konjunkcije i jednostavne propozicije.

Šesto je poglavlje posvećeno opširnoj analizi problema konjunkcije iz perspektive prirodnog jezika. Zaključak do kojeg se na kraju poglavlja dolazi jest taj da problem konjunkcije u prirodnom jeziku funkcionira na drukčiji način negoli je to slučaj u formalnom jeziku, iz razloga što se u prirodnom jeziku gotovo beziznimno pojavljuju razne implikacije. Najopćenitiji oblik implikacije je negacija jednog dijela konjunkcije, koja pak ispitanika dovodi u situaciju da više ne procjenjuje vjerojatnost konjunkcije u usporedbi sa jednostavnom propozicijom, već vjerojatnost dvije odvojene konjunkcije - a uslijed čega problem konjunkcije u potpunosti nestaje.

Sedmo poglavlje posvetio sam drugim autorima koji su se bavili ovim problemom (Hertwig, Gigerenzer, Morier, Borgida, Dulany, Hilton), te naveo i neke alternativne interpretacije Lindinog problema.

Konačno, u zaključku, nudim kratak pregled onoga o čemu je bilo riječi u radu, te dajem završna razmatranja.



## 1. Linda

Upoznajmo Lindu.

Ne znamo puno o njoj, ali ono malo što znamo čini ju veoma zanimljivom ličnosti. Linda ima 31 godinu. Neudana je i vrlo inteligentna. Dobra je u filozofiji. Zainteresirana je za pitanja diskriminacije i socijalne pravde. Sudjelovala je i u anti-nuklearnim demonstracijama.

Opis zaista nije preopširan, ali na temelju njega čitatelju se može postaviti pitanje: "Što Linda sada radi?"

Ponuditi ću 8 odgovora, koje čitatelj može poredati po vjerojatnosti, od onog kojeg smatra najvjerojatnijim do onoga kojeg smatra najmanje vjerojatnim. Ponuđeni odgovori su sljedeći:

1. Linda je učiteljica u osnovnoj školi.
2. Linda radi u knjižari i polazi satove joge.
3. Linda je aktivna u feminističkom pokretu.
4. Linda je socijalni radnik.
5. Linda je član Lige za pravo glasa žena.
6. Linda je blagajnica.
7. Linda prodaje police osiguranja.
8. Linda je blagajnica i aktivna je u feminističkom pokretu.

Ovaj naizgled vrlo jednostavan zadatak zapravo predstavlja jedan od kompleksnijih problema koji su se u zadnje vrijeme pojavili u polju epistemologije, i dovodi u pitanje nešto što se zdravorazumski u većini slučajeva uzima kao bjelodano: ljudsku racionalnost. Da bismo shvatili u čemu se problem točno sastoji, pogledajmo prvo kontekst u kojem se on pojavljuje.

## 2. Racionalnost u ljudima

Problem, koji je poznat pod nazivom *Linda problem*, ili jednostavno *problem konjunkcije*, osmišljen je kao jedan od primjera koji pokazuju da ljudi ne razmišljaju logički. Ukoliko je to točno, onda se pojavljuje jedna vrlo specifična poteškoća: kako točno definirati ljudsku racionalnost?

Pitanje je usko povezano sa poljem logike, i pitanjem točnog statusa koji logika ima. Preciznije, možemo se zapitati da li je logika *normativna*.

Tvrdnjom da je logika normativna, jednostavno želimo reći da ona, na neki način, određuje kako bi trebalo razmišljati; ona predstavlja set pravila ispravnog zaključivanja, koja su model za način na koji bi ljudi inače trebali razmišljati. Takva tvrdnja se čini, na prvi pogled veoma jasnom i intuitivno prihvatljivom, kao što to vrlo dobro sažima Steinberger:

Nekonzistentnost obično smatramo lošom odlikom. Slično tome, obično kritiziramo druge kada nisu u stanju vidjeti logičke posljedice (barem one očitije) svojih vjerovanja. U oba slučaja, događa se da nečiji stavovi nisu u skladu sa logičkim pravilima. Generalno, djelatnike [*agents*] koji ne slijede logička pravila smatramo racionalno manjkavima. Sve to sugerira nam da logika ima nekakvu normativnu ulogu u našoj racionalnosti; ona nam pokazuje kako treba ili ne treba razmišljati i rasuđivati. (2016, preveo Pauletig)

Podrazumijevamo, dakle, dvije stvari u svakodnevnom razmišljanju, kako našem tako i onom ljudi koji nas okružuju. Prvo, očekujemo neku vrstu konzistentnosti u misli i ponašanju, koja je u skladu sa nekakvim pravilima. Drugo, podrazumijevamo da naša vjerovanja imaju nekakve logičke posljedice, kojih mi, kao racionalne osobe, moramo biti svjesni i prihvatiti ih. Kombinirano, ta dva očekivanja odaju dojam uske povezanosti između logičnosti i racionalnosti.

To pak podrazumijeva da bi bilo kakva definicija racionalnosti morala uzeti u obzir logička pravila inferencije. I više od toga: bilo kakva teza o racionalnosti podrazumijeva da ljudi imaju prirodno urođeni logički „aparat“ koji funkcioniše sa visokim postotkom uspješnosti, ono što Cosmides naziva „deduktivnom komponentom“ ljudskog razmišljanja, ili „logičkim modulom“ (1985, 9), no čini se da to nije slučaj. Problem konjunkcije je samo jedan od niza primjera koji pokazuju da ljudi često ne razmišljaju na logički način. Istraživanje koje je proveo Shapiro pokazuje da ispitanici vrlo često griješe kad moraju koristiti *modus tollens* (52.5%), naspram

relativno malog broja pogrešaka (5%) u korištenju *modus ponensa* (Cosmides 1985, 14-15). Drugo istraživanje, koje su proveli Pollard i Evans, je pokazalo da ispitanici imaju izraženu tendenciju proglašavanja argumenta valjanim ukoliko se slažu sa njegovom konkluzijom, uopće ne uzimajući u obzir slijedi li ona iz premisa (Cosmides 1985, 15-16). Zatim, postoji i čitav niz uobičajenih pogrešaka u prosuđivanju, od pristranog prosuđivanja, preko iluzije kontrole pa sve do dobro poznatog placebo-efekta (Lubin i Lebowitz 2015).

Cosmides stoga zaključuje kako logički modul nikako ne može biti temelj ljudske racionalnosti, barem ne na način na koji je opisan. No znači li to da trebamo odbaciti ljudsku racionalnost, i tvrditi da su ljudi, u suštini, iracionalna bića?

Ovakva se tvrdnja doima, intuitivno, previše ekstremnom. Na kraju krajeva, vjerujem da se nitko ne može oteti dojmu da on sam zaista jest racionalna osoba, i da se ponaša na racionalan način. No ako prihvatimo tu duboko usađenu intuiciju kao istinitu, naći ćemo se u teškoj situaciji.

Kroz ovo poglavlje, došli smo do nekoliko zaključaka koje možemo sažeti u tri jednostavne tvrdnje:

1. Racionalnost podrazumijeva logičnost.
2. Empirijska istraživanja dokazuju da nismo logični.
3. Ljudi su racionalni.

U narednim potpoglavljima detaljnije ćemo proučiti svaku od tri tvrdnje, te objasniti zašto upadamo u problem.

## **2.1. Racionalnost povlači logičnost**

Tvrdnja 1, "Racionalnost povlači logičnost", jednostavno sažima ono što se najčešće podrazumijeva pod idejom da mi jesmo racionalna bića. Kao racionalna bića, morali bi biti sposobni za logično promišljanje o problemima, i za zaključivanje u skladu sa pravilima dedukcije, indukcije i abdukcije. Takvo poimanje racionalnosti isključuje, na neki način, interferenciju koju u našem rezoniranju mogu stvarati emocije, ili nejasnoće koje se mogu pojavljivati kao plod neodređenosti i dvosmislenosti koje izvire iz prirodnog jezika. Obje ove tvrdnje (racionalnost isključuje interferenciju emocija, i racionalnost isključuje nejasnoće

prirodnog jezika) na površnoj razini mogu djelovati razumljivo ali svakako zahtijevaju dodatno pojašnjenje.

### **2.1.1. Racionalnost isključuje interferenciju emocija**

Prva tvrdnja, ona koja se tiče interferencija emocija u ljudskom zaključivanju, može se shvatiti dvojako. S jedne strane, možemo reći da logičkim zaključivanjem interferencije emocija u potpunosti nestaju, no ta se tvrdnja doima u najmanju ruku upitnom, ako ne i potpuno neispravnom. Ljudska bića, na kraju krajeva, uvijek su pod utjecajem emocija, i reći da ih se može „isključiti“ kao da su neka vrsta aplikacije je apsurdno. Drugo shvaćanje je stoga bliže onome što s tom tvrdnjom obično zahvaćamo. Primjenjujemo li logično razmišljanje, interferencije emocija postaju, na neki način, nebitne. One će svakako biti prisutne, no ne smijemo dopustiti da utječu na naše zaključivanje (premda postoje filozofi, poput Humea, koji smatraju da emocije u potpunosti ili dijelom oblikuju naše zaključke).

### **2.1.2. Racionalnost isključuje nejasnoće prirodnog jezika**

Druga tvrdnja, koja se tiče nejasnoća koje se pojavljuju u prirodnom jeziku, podrazumijeva da je formalni jezik jednoznačan, dok prirodni to nije. Jednostavan primjer može ilustrirati ovu ideju. Uzmimo tri propozicije. Prve dvije biti će premise:

1. Život je kocka.
2. Kocka je paralelepiped.

Izvodimo iz toga sljedeću konkluziju:

3. Dakle, život je paralelepiped.

Problem je očigledan; premda po logičkoj strukturi ovaj zaključak izgleda ispravno, on funkcionira samo ukoliko zanemarimo dvostruko značenje koje u premisama ima pojam „kocka“. U prvoj tvrdnji, „Život je kocka“, pojam „kocka“ ima preneseno značenje, i označava rizik, ili neizvjesnost. U drugoj tvrdnji, „Kocka je paralelepiped“, misli se na kocku kao geometrijsko tijelo, i u ovom je slučaju značenje doslovno. Formalni prijevod, stoga, mora voditi računa o takvim dvosmislenostima i eliminirati ih. Ukoliko izbjegnemo takve „nesporazume“, izbjegli ćemo i probleme koje obično nalazimo u prirodnom jeziku.

### **2.1.3. Približna definicija racionalnosti**

Imajući u vidu ta dva aspekta koja ljudska racionalnost mora zadovoljiti, približili smo se definiciji koja nas zanima. Ljudska bića, jednostavno rečeno, morala bi biti u stanju razmišljati "hladne glave" i odabrati najbolje rješenje za određeni problem, ili ispravno zaključiti iz određenog seta premisa, neovisno o načinu na koji su nam informacije prezentirane. Ovdje glagol „morala bi“ treba shvatiti deskriptivno, ne normativno; kad kažemo da bi ljudska bića morala biti u stanju razmišljati logično, jednostavno želimo reći da opis koji smo pružili podrazumijeva da će se ljudska bića ponašati na neki određeni način; ta definicija nema normativnu komponentu, nego opisuje neka zapažanja o ljudskoj prirodi.

### **2.2. Empirijska istraživanja dokazuju da nismo logični**

Tvrđnja 2, "Empirijska istraživanja dokazuju da nismo logični", obuhvaća niz istraživanja koja se predstavljaju kao dokaz da ljudi, usprkos tome što to jest uobičajena predodžba, ipak nisu logična bića. Naravno, opravdano je zapitati se: što to uopće znači „biti logično biće“?

Kriterij može varirati po svojoj strogosti. Možemo, primjerice, usvojiti kriterij koji će zahtijevati da ljudi prirodno rješavaju logičke probleme, i da nikad ne nailaze na nikakve poteškoće, ali već smo natuknuli, u prethodnom poglavlju, da to jednostavno ne funkcionira na taj način. Logika i logičko promišljanje nisu nešto što većini osoba dolazi prirodno; logička pravila su nešto što se mora naučiti, i ne možemo tvrditi da u nama postoji logički modul kakav je opisao Cosmides. Možemo onda ublažiti kriterij i tvrditi da su ljudi u stanju logički razmišljati ako prvo nauče pravila koja moraju primjenjivati. Ali čak i u tom slučaju vrlo se često događa da griješimo u zaključivanju. Logičke pogreške, pogotovo one neformalne, su itekako prisutne u svakodnevnom govoru, a prirodni jezik utječe na zaključivanje, pa se često događa da ljudi iz istog seta premisa dolaze do različitih zaključaka samo zbog načina na koji su te iste premise sročene. Za primjer, možemo uzeti raspravu koja se posljednjih godina odvija u američkoj javnosti, a koja je vezana uz problem učestalog nasilja povezanog sa vatrenim oružjem. Dok dio javnosti zagovara strožu kontrolu prodaje vatrenog oružja i njegove dostupnosti, drugi dio javnosti smatra da se problemu može doskočiti tako što će se ljude učiti

kako koristiti vatreno oružje i dopustiti im da ga nose posvuda<sup>1</sup>. Ono što je interesantno je međutim da obje skupine polaze od sličnih, ako ne i istih, premisa:

1. Nevini ljudi nalaze se u opasnosti zbog naoružanih napadača.
2. Naoružani napadači mogu relativno lako doći do oružja.

Iz te dvije premise se, ipak, dolazi do različitih zaključaka (između ostaloga, i zbog niza ne-eksplicitnih premisa koje se dodaju u argument ovisno o tome na kojoj se strani rasprave nalazite), a teško je i oteti se dojmu da konkluzija ni kod jedne ni kod druge skupine ne slijedi iz premisa kroz logički proces dedukcije, već se zagovara na temelju osobnog mišljenja (slično rezultatima istraživanja koje su proveli Pollard i Evans).

U svakom slučaju, primjer vrlo jasno pokazuje u kojoj mjeri prirodni jezik ustvari utječe na ljudsko zaključivanje, kao i koliko je teško odvojiti čistu logičku formu od sadržaja propozicija (koji za valjanost zaključaka ipak nije bitan). Ovaj jednostavni primjer iz javnog diskursa je samo jedan u nizu primjera koji ocrtavaju raskorak između svakodnevnog rezoniranja, kakvom je većina ljudi sklona, i logičkog promišljanja, koje je većini tih istih ljudi ipak strano, i u njemu često griješe.

### **2.3. Ljudi su racionalni**

Tvrdnja 3, "Ljudi su racionalni", je naizgled najjednostavnija tvrdnja u trijadi, i ona hvata jednu intuiciju koja je duboko usađena u skoro svima nama, a to je ideja da mi ipak jesmo racionalna bića. No tvrdnja je jednostavna samo naizgled; upitate li bilo koju osobu što ona podrazumijeva pod pojmom racionalnosti, izgledno je da će imati problema sa davanjem precizne definicije. Ni među filozofima i psiholozima nema konsenzusa. Primjerice, čak i jednostavan pregled tematike otkriva da Weber ima veoma različito shvaćanje definicije racionalnosti u usporedbi sa Richardom Brandtom (Wikipedia 2018); a ako nema konsenzusa čak ni što se tiče same definicije, kako onda objasniti intuiciju koju većina ljudi ima, i koja nas uvjerava da smo racionalna bića?

---

<sup>1</sup> Naprimjer, američki predsjednik Donald Trump je zagovarao ideju da dio osoblja u školama prođe edukaciju u korištenju oružja te dobije dozvolu nošenja (Berenson 2018).

## 2.4. Možemo li biti racionalni?

Pretpostavimo zasad da postoji nekakav konsenzus, i ustvrdimo da ljudi jesu racionalni. Rješava li to naš problem?

Izgleda da takva tvrdnja nije problematična, no spojimo li ju sa prethodne dvije tvrdnje dolazimo do problema:

1. Racionalnost povlači logičnost.
2. Empirijska istraživanja dokazuju da nismo logični.
3. Ljudi su racionalni.

Očito je, naime, da te tri tvrdnje istovremeno ne mogu biti istinite, i dolazimo do problema u kojem moramo odlučiti koji ćemo stav zauzeti po pitanju ljudske racionalnosti. Razni su filozofi zauzimali različite stavove u ovom problemu.

Kahneman i Tversky, naprimjer, zastupaju teoriju po kojoj su ljudska bića, u suštini, iracionalna. Drugim je filozofima takvo što neprihvatljivo, pa će tako Davidson zadržati ideju da mi ipak jesmo logična bića (Malpas 2014). Treća skupina autora, naposljetku, odbacuje vezu između racionalnosti i logičnosti; Cosmides će naprosto tvrditi da treba racionalnost utemeljiti na nečem drugom, i da je logičnost isuviše strog kriterij prema kojem bi osobu proglašavali racionalnim djelatnikom (1985).

Glavna teza ovog rada može se, na veoma općenit način, smjestiti u treću skupinu od tri koje sam naveo. Empirijska istraživanja u velikoj mjeri pokazuju da ljudi zaista nisu logični, i na određeni način ukazuju na probleme u ljudskom rezoniranju. Premda smatram da racionalnost ima korijene u logičnosti, jednako tako bilo bi prestrogo tvrditi da je veza između logike i racionalnosti svodiva na znak jednakosti, kao i da pogreške u logičkom rezoniranju imaju istu težinu kao i pogreške u svakodnevnom razmišljanju (odnosno, da te logičke pogreške ukazuju na to da ljudi nisu racionalni). Jednostavno rečeno, zauzimam stav da je logičnost prestrog kriterij, i da ga treba na neki način ublažiti, ali točan način na koji se to može napraviti nije jedan od problema koje želim istražiti putem ovog rada, pa o tome neće biti riječi. Primjereno je, svakako, pobliže istražiti odnos između racionalnosti kao svakodnevne sposobnosti kojom se ljudi koriste, te logičnosti kao nečega što je ipak kompleksnije, sa posebnim osvrtom na jedan vrlo konkretan primjer. U sljedećem poglavlju ću predstaviti taj primjer, koji se uzima kao jedan od glavnih dokaza u raspravi o iracionalnosti ljudi.

### 3. Problem konjunkcije

Problem konjunkcije izvire iz jednog ispitivanja, u kojem je sudionicima ukratko predstavljena jedna izmišljena osoba, žena imena Linda. Već smo se upoznali sa Lindom, ali ponovimo sada pitanje, predstavljajući ga u kontekstu u kojem se pojavljuje unutar ispitivanja (Kahneman 2011, 153).

Ispitanici dobivaju kratki opis Linde, sa vrlo bazičnim informacijama o njenom životu:

Linda ima 31 godinu, neudana je i vrlo inteligentna. Dobra je u filozofiji, zainteresirana za pitanja diskriminacije i socijalne pravde. Sudjelovala je i u anti-nuklearnim demonstracijama.

Nakon toga kratkog opisa, ispitanicima je postavljeno pitanje: "Što Linda sada radi?"

Ponuđeno je 8 odgovora, i ispitanici imaju zadatak poredati odgovore po vjerojatnosti, od onog koji smatraju najvjerojatnijim do onoga koji smatraju najmanje vjerojatnim. Ponuđeni odgovori su sljedeći:

1. Linda je učiteljica u osnovnoj školi.
2. Linda radi u knjižari i polazi satove joge.
3. Linda je aktivna u feminističkom pokretu.
4. Linda je socijalni radnik.
5. Linda je član Lige za pravo glasa žena.
6. Linda je blagajnica.
7. Linda prodaje police osiguranja.
8. Linda je blagajnica i aktivna je u feminističkom pokretu.

U ovom će dijelu zamoliti čitatelja da se prisjeti vlastitog odgovora na postavljeno pitanje, sa posebnim osvrtom na dvije od ovih 8 tvrdnji: „Linda je blagajnica“ i „Linda je blagajnica i aktivna je u feminističkom pokretu“. Kojoj ste tvrdnji pridali veću vjerojatnost?



### 3.1. U čemu je problem?

Ukoliko je to tvrdnja 8, tada se s vašim odgovorom slaže čak 89% ispitanika u istraživanju koje smo opisali; većina ljudi će odgovore poredati na način da tvrdnji 8, "Linda je blagajnica i aktivna je u feminističkom pokretu", pridaju veću vjerojatnost nego tvrdnji 6, "Linda je blagajnica". Taj primjer, koji su osmislili Amos Tversky i Daniel Kahneman, poznat je kao problem konjunkcije. Problem se pojavljuje iz jednog vrlo jednostavnog razloga: tvrdnja 8 jednostavno ne može imati veću vjerojatnost od tvrdnje 6. Tvrdnja 6 je, naime, jedan od dva konjunkta koja nalazimo u tvrdnji 8, a konjunkcija ne može biti vjerojatnija od jednog konjunkta samog.

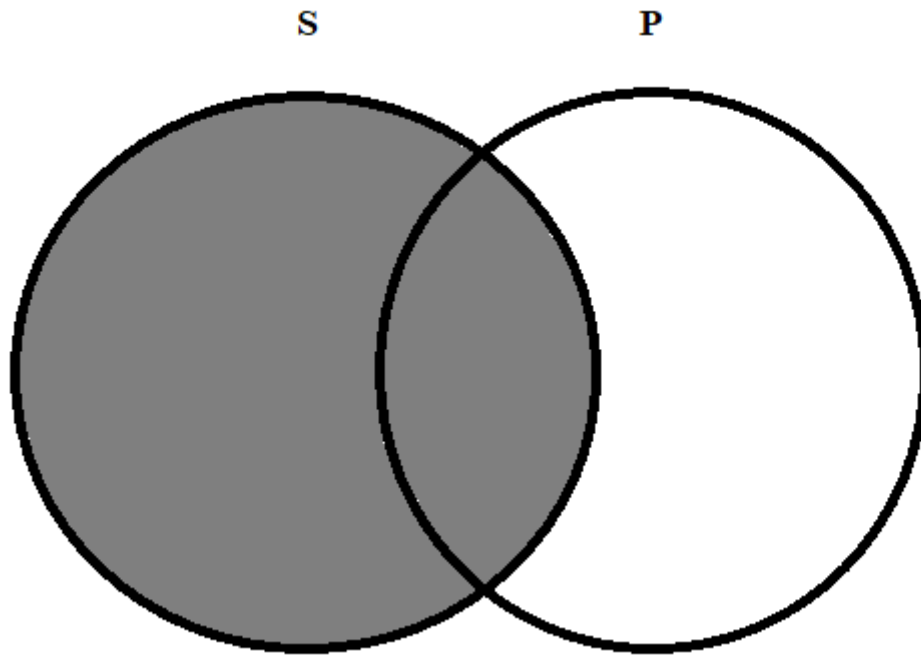
Uzmimo, radi ilustracije, primjer jednog nogometaša: neka to bude Luka Modrić. Predstavimo dvije tvrdnje koje Luku Modrića opisuju:

1. Luka Modrić je nogometaš.
2. Luka Modrić je Hrvat.

Konjunkcija te dvije tvrdnje imati će manju vjerojatnost nego samo jedna od tih tvrdnji, jer uzmemo li bilo koju nasumičnu osobu kao primjer, vjerojatnost da će ona biti nogometaš veća je nego vjerojatnost da će ona biti hrvatski nogometaš.

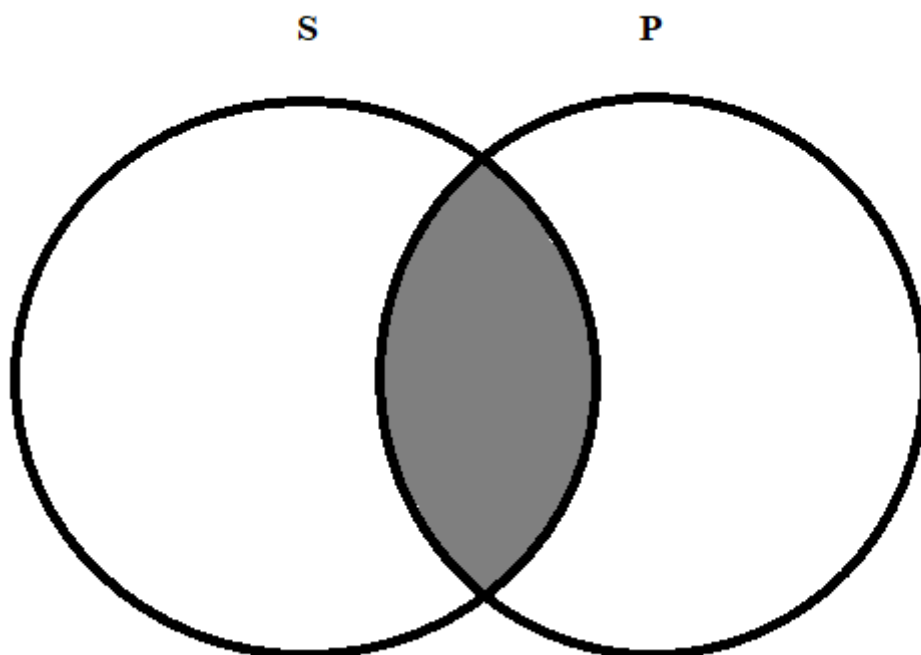
### 3.2. Odnos konjunkcije i jednostavne propozicije

Čak i intuitivno, to se pravilo čini veoma jasnim. S obzirom na sveukupan broj nogometaša na svijetu, samo jedan manji dio njih su Hrvati. Potpuno je smisljeno reći da hrvatskih nogometaša ima manje nego što ima nogometaša općenito. Tako se nešto može prikazati i Vennovim dijagramima. Pretpostavimo dva skupa; jedan skup,  $S$ , je skup koji sadrži sve nogometaše, dok je drugi skup,  $P$ , skup koji sadrži sve Hrvate. Ako kažemo da je Luka Modrić nogometaš, on se kao element može pojaviti bilo gdje u skupu  $S$ . Na sljedećem prikazu osjenčano je područje dvaju skupova u kojem se takav element može pojaviti:



Slika 1.

No ako utvrdimo da je Luka Modrić hrvatski nogometaš, takav se element može pojaviti samo u presjeku dvaju skupova (još jednom, u osjenčanom području):



Slika 2.

Jasno se vidi da je površina u ovom slučaju puno manja.

Predstavljeno na ovaj način, postaje jasnije da jedna propozicija u konjunktivi ima višu vjerojatnost u odnosu na konjunktivu čiji je sastavni dio, ali s obzirom na to da račun vjerojatnosti tvori integralni dio problema koji analiziramo, potrebno je podrobno objasniti na koji način ona funkcionira. U narednom poglavlju pogledati ćemo stoga detaljnije pojmove koje smo u ovom poglavlju samo površno objasnili.

## 4. Vjerojatnost

Ne bi li shvatili kako vjerojatnost funkcionira, najbolje je krenuti od samog početka, sa jednom od inačica prvog poznatog primjera koji se odnosi na račun vjerojatnosti, a koji je zapisan od strane talijanskog matematičara Luce Paciucola u djelu „Summa“:

Dvije jednako spretno osobe (ili momčadi),  $A$ ,  $B$ , takmiče su jednoj igri tako da ona osoba koja dobije igru bilježi jedan bod, a ona koja gubi nula bodova. Okladu (nagradu i sl.) dobiva ona osoba (momčad) koja prva postigne šest bodova. Ako je igra prekinuta u trenutku kad je  $A$  imao pet bodova, a  $B$  dva boda, kako bi trebalo pravedno podijeliti nagradu između  $A$  i  $B$ ? (Kurepa, Smolec i Škreblin 1968, 131)

Ovaj primjer će nam poslužiti da pokažemo različite načine na koje možemo izračunati vjerojatnost u nekim datim uvjetima. Pretpostavka je da je svota novca koja je na raspolaganju 14000 kn.<sup>2</sup> Pitanje je onda na koji način tu svotu podijeliti igračima, ako u obzir uzimamo procjenu koji je od njih bio bliži ukupnoj pobjedi, a tom ćemo se pitanju vratiti nešto kasnije u ovom poglavlju.

### 4.1. Vjerojatnost jednostavne propozicije

Uzmimo jedan drugi primjer: ako u vrećici imamo četiri kuglice od kojih su tri crvene, a jedna bijela, koju ćemo kuglicu vjerojatnije izvući (Kurepa, Smolec i Škreblin 1968, 132)?

Djeluje savršeno zdravorazumski tvrditi da je vjerojatnije da ćemo izvući crvenu kuglicu. Tri kuglice su crvene, a samo je jedna bijela. Izraženo matematički, vjerojatnost da ćemo izvući crvenu kuglicu je 3 naprema 4: promatramo povoljne slučajeve, odnosno broj povoljnih slučajeve, kojih je 3, a zatim uzmemo u obzir moguće slučajeve, odnosno broj mogućih slučajeve, kojih je 4. Vjerojatnost da izvučemo crvenu kuglicu dobivamo tako da uzmemo u obzir broj povoljnih slučajeve naspram broja mogućih slučajeve.

Uzmimo sad za primjer tvrdnju „Danas je petak“; vjerojatnost da je takva tvrdnja istinita biti će 1 naprema 7. Broj povoljnih slučajeve  $p$  je 1; samo jedan dan u tjednu odgovara tvrdnji čiju vjerojatnost procjenjujemo. Broj mogućih slučajeve  $m$  je, s druge strane, 7; svi dani u tjednu

---

<sup>2</sup> Autori udžbenika *Matematika za četvrti razred gimnazije* u svojoj inačici primjera navode 14000 d(inara); da se izbjegne komplikacija, koristit ćemo valutu koja je danas korištena.

mogući su ishodi, a 6 od tih 7 ishoda tvrdnju čini lažnom. Sagledavajući ove primjere, vjerojatnost ćemo definirati ovako:

$$\text{vjerojatnost} = \text{broj povoljnih slučajeva} / \text{broj mogućih slučajeva}$$

Riječima, možemo pružiti sljedeću definiciju (Kurepa, Smolec i Škreblin 1968, 133):

*Vjerojatnost da će se ispuniti izvjestan događaj  $d$  u skupu promatranih događaja  $D$  izražavamo razlomkom kojemu nazivnik pokazuje na koliko se sve načina mogu zbiti događaji  $D$  (broj mogućih slučajeva), dok brojnik toga razlomka pokazuje na koliko se načina može ispuniti događaj  $d$  (broj povoljnih slučajeva).*

Uzevši u obzir definiciju, skraćeno ju se može prikazati kao  $v = p / m$ ; u toj jednadžbi  $v$  označava vjerojatnost,  $p$  broj povoljnih slučajeva, a  $m$  broj mogućih slučajeva. Da bi izračunali vjerojatnost nekog događaja, potrebno je odrediti  $m$  i  $p$ , te ih uvrstiti u razlomak i izračunati (Kurepa, Smolec i Škreblin 1968, 133).

U ovom početnom dijelu poglavlja, na kraju, treba spomenuti još jedan termin koji će nam kasnije biti zanimljiv: *frekvencija*. Frekvencija nekog događaja je jednostavno broj slučajeva u kojima se događaj obistinio u prošlosti: ako ponovo uzmemo kao primjer kuglice, na temelju 20 izvlačenja, frekvencija crvene kuglice će predstavljati broj puta u kojima je izvučena upravo crvena kuglica, a ono što frekvenciju čini zanimljivom jest da ona, na dovoljno velikom broju ponavljanja, otprilike odgovara izračunatoj vjerojatnosti nekog događaja (Kurepa, Smolec i Škreblin 1968, 132).

## 4.2. Nemogući i sigurni događaji

Sad kad znamo kako izračunati vjerojatnost nekog događaja, možemo objasniti što neki događaj čini nemogućim, vjerojatnim ili sigurnim. Broj povoljnih slučajeva,  $p$ , uvijek će biti manji od broja mogućih slučajeva,  $m$ , ili jednak njemu, ali nikako viši (Kurepa, Smolec i Škreblin 1968, 134). Može se stoga zapisati da je  $p \leq m$ , i shodno tome da je  $p / m \leq 1$ . Uzevši zatim u obzir da  $p$  mora biti jednak ili veći od 0, može se zapisati  $0 \leq p \leq m$ , odnosno  $0 \leq v \leq 1$ . Vjerojatnost će stoga biti pozitivan broj, koji ne može biti veći od 1 (Kurepa, Smolec i Škreblin 1968, 134).

Ako je  $p = 0$ , događaj je nemoguć jer nema nijednog povoljnog slučaja, a ukoliko se događaj ispuni svaki put onda je on siguran, i njegova je vjerojatnost izražena sa 1. U takvim su slučajevima  $p$  i  $m$  jednaki, a za neki događaj možemo reći da mu je vjerojatnost viša što se više približava 1, i niža što se više smanjuje prema 0 (Kurepa, Smolec i Škreblin 1968, 134).

### 4.3. Vjerojatnost i frekvencija

Vratimo se primjeru sa početka poglavlja, sa igračima koji prekidaju igru. Ono što taj primjer čini zanimljivim jest to što novac treba podijeliti tako da se uzme u obzir koji je igrač bio bliži ukupnoj pobjedi; kroz povijest, na ovaj su problem ponuđeni razni odgovori. Paciuolo je rješenje vidio u jednostavnoj podjeli s obzirom na bodove, pa tako ako je prvi igrač imao pet bodova a drugi dva, nagrada bi se dijelila u točno tom omjeru: prvom igraču pripalo bi 10000 kuna, a drugom 4000 (Kurepa, Smolec i Škreblin 1968, 137). Cardano je uzeo u obzir vjerojatnost koju bi svaki igrač imao da dođe do konačne pobjede, pa je njegova podjela izrazitije u korist igrača koji ima pet bodova (Kurepa, Smolec i Škreblin 1968, 138). Nama je, dakako, najzanimljiviji način na koji se zadatak rješava danas, a to su rješenje predstavili Pascal i Fermat:

[Pascal i Fermat] pitali su se nakon koliko još igara takmičenje mora da se završi. Može završiti već i u narednoj igri! To će biti ako  $A$  osvoji i idući bod. No može se desiti da naredna tri boda dobije  $B$  i time dostigne  $A$ . Nakon toga igra će biti završena. Dakle, najkasnije u četvrtoj daljoj igri pala bi odluka. Što sve može biti u još te četiri igre? (Kurepa, Smolec i Škreblin 1968, 146)

Zamislimo li moguće nizove duljine 4, slažemo ih u moguće ishode natjecanja (primjerice, prvi bi niz bio  $b b b b$ , i značio bi da je  $B$  dobio sve četiri igre; drugi niz bio bi  $b b b a$ , i značio bi da je  $B$  dobio tri igre, a  $A$  četvrtu, i tako dalje). Takvih nizova sveukupno može biti 16, a samo jedan od njih je takav da bi  $B$  mogao dobiti čitavu nagradu; suma se stoga dijeli u omjeru vjerojatnosti da bi pojedini igrač mogao dobiti sav novac. Za  $A$ , ta je vjerojatnost  $15/16$ , i taj mu dio novca pripada;  $B$  će, s druge strane dobiti  $1/16$  novca. (Kurepa, Smolec i Škreblin 1968, 146).

Ranije smo spominjali frekvenciju nekog događaja; u ishodima ove zamišljene igre, frekvencija pobjede prvog igrača odgovarati će otprilike vjerojatnosti koju prvi igrač ima za konačnu pobjedu. Rješenje koje su predstavili Pascal i Fermat temelji se na apriornoj vjerojatnosti, dok je frekvencija aposteriorna (Kurepa, Smolec i Škreblin 1968, 138). Ta je distinkcija također od važnosti, ali nije jedan od ciljeva ovog rada pa neću dublje analizirati taj problem. Zasad, odgovorimo na kraju ovog poglavlja na još jedno pitanje: kako ćemo izračunati vjerojatnost jedne konjunkcije?

#### 4.4. Vjerojatnost konjunkcije

Promotrimo primjer „Sunčan je dan u Rijeci“, uzevši u obzir da su moguća samo dva ishoda: istinita je ili tvrdnja, ili njena negacija. Broj povoljnih slučajeva za tu tvrdnju biti će 1, a broj mogućih slučajeva 2. Uvrstimo li te vrijednosti u razlomak, vjerojatnost tog događaja je  $1/2$ , a to možemo zapisati i decimalnim brojem 0.5. Dakle,  $v$  za tvrdnju „Sunčan je dan u Rijeci“ jednaka je 0.5. Isti izračun možemo napraviti i za tvrdnju „Danas je petak“. Ranije smo ustanovili da će  $p$  za tu tvrdnju biti 1, a  $m$  će biti 7. Uvrstimo li to u razlomak, dobivamo  $v = 1/7$ , koja zapisana decimalnim brojem iznosi 0.14 (zaokružiti ćemo broj na drugu decimalu, radi jednostavnosti). Te bi dvije tvrdnje zajedno tvorile konjunkciju, „Danas je petak i sunčan je dan u Rijeci“. Znamo kako izračunati vjerojatnost svakog pojedinačnog konjunkta, ali sada ćemo morati izračunati vjerojatnost čitave konjunkcije.

Uzmimo, za obje propozicije, broj povoljnih slučajeva  $p$  i broj mogućih slučajeva  $m$ . Za prvu propoziciju, „Sunčan je dan u Rijeci“,  $p$  je 1 a  $m$  je 2. Za drugu propoziciju, „Danas je petak“,  $p$  je 1 a  $m$  je 7. Pogledajmo prvo moguće slučajeve; ako ih je za prvu propoziciju 2, a za drugu 7, sveukupnih mogućih slučajeva ima onoliko koliko ima mogućih kombinacija za te dvije propozicije zajedno: „Sunčan je dan u Rijeci i danas je petak“, „Sunčan je dan u Rijeci i danas je subota“, „Sunčan je dan u Rijeci i danas je nedjelja“, „Nije sunčan dan u Rijeci i danas je petak“, i tako redom. Takvih je kombinacija za tu konjunkciju sveukupno 14; ima ih 2 za prvi konjunkt puta 7 za drugi konjunkt.

Povoljni slučajevi za cijelu konjunkciju biti će oni u kojima obje propozicije imaju povoljan slučaj; u našem primjeru, ta je vrijednost za obje propozicije 1, pa će  $p$  za cijelu konjunkciju biti 1 puta 1. Primjer je jednostavan, ali princip je očito isti kao i za  $m$ . Vjerojatnost čitave konjunkcije, dakle, možemo definirati na sljedeći način:

*Ako je jedan događaj sastavljen od dvaju ili više međusobno nezavisnih događaja, onda je njegova sastavljena vjerojatnost jednaka umnošku vjerojatnosti njegovih sastavnih događaja. (...) Sastavljena (složena) vjerojatnost dvaju ili više međusobno nezavisnih događaja jednaka je umnošku vjerojatnosti tih događaja. (Kurepa, Smolec i Škreblin 1968, 144)*

Ovdje valja primijetiti da se događaji u konjunkciji uzimaju kao međusobno nezavisni; to jednostavno znači da vjerojatnost jednog događaja ne utječe na vjerojatnost drugog.

## 5. Vjerojatnost u Lindinom problemu

S definicijom s kojom smo zaključili prošlo poglavlje, napokon smo u poziciji iz koje možemo i formalno razumjeti kako točno dolazi do problema konjunkcije. Uzeli smo dvije tvrdnje o Lindi: „Linda je blagajnica“ i „Linda je blagajnica i aktivna je u feminističkom pokretu“. Prva tvrdnja, „Linda je blagajnica“, je jednostavna propozicija, i tvori jedan od dva konjunkta od kojih je sastavljena druga tvrdnja, „Linda je blagajnica i aktivna je u feminističkom pokretu“. Razmotrimo sad malo tu drugu tvrdnju, i pokušajmo joj zadati određenu vjerojatnost.

### 5.1. Kako zadati vjerojatnost?

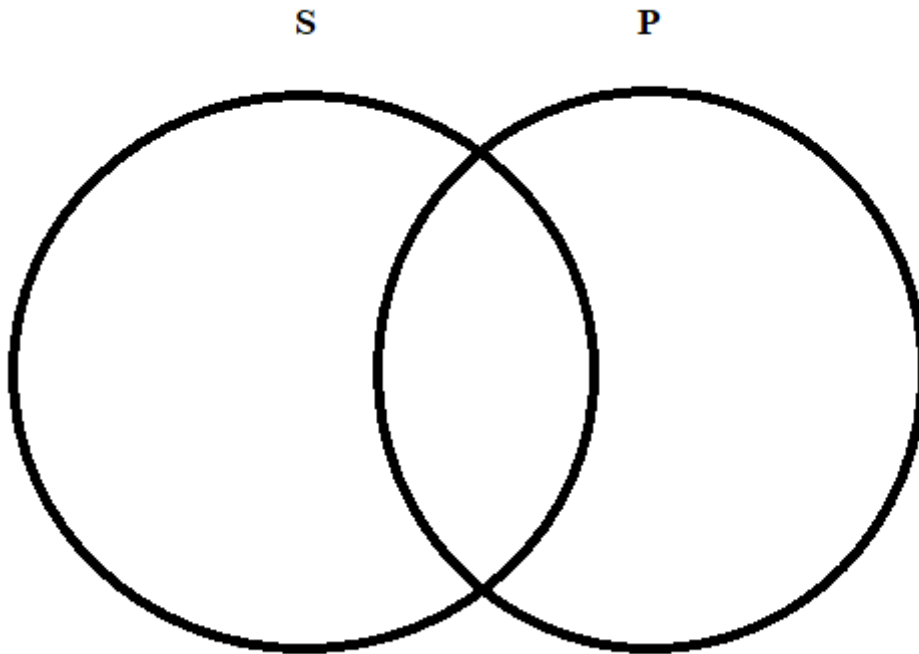
Radi se o konjunkciji, očito: „Linda je blagajnica i aktivna je u feminističkom pokretu“ je tvrdnja koja je sastavljena od dvije jednostavne propozicije. Prva je propozicija „Linda je blagajnica“, i radi se o istoj onoj tvrdnji koja je bila ponuđena kao jedan od odgovora na pitanje ispitanicima u istraživanju Kahnemana i Tverskog. Druga propozicija je „Linda je aktivna u feminističkom pokretu“. Za svaku od ovih propozicija moramo odrediti nekakvu vjerojatnost. Radi jednostavnosti, ponovo ću uzeti kao moguće slučajeve samo tvrdnju i njenu negaciju. Za prvu tvrdnju moguće su dvije opcije. Moguće je da Linda zaista jest blagajnica, ili da Linda nije blagajnica, i vjerojatnost će stoga biti 1 naprema 2; broj povoljnih slučajeva  $p$  je 1, a broj mogućih slučajeva  $m$  je 2. Ista je situacija i sa drugom tvrdnjom; moguće je da je Linda zaista aktivna u feminističkom pokretu, ili da to nije slučaj, a vjerojatnost će biti ista kao i u slučaju one prve tvrdnje. Dobivamo dakle konjunkciju u kojoj oba konjunkta, zasebno, imaju vjerojatnost  $v$  jednaku  $1/2$ , koja se može izraziti i decimalnim brojem 0.5. Ustanovili smo da se vjerojatnost konjunkcije dobiva tako što se zasebne vjerojatnosti dvaju konjunkta međusobno množe, i iz toga onda slijedi da je vjerojatnost  $v$  za cijelu konjunkciju jednaka  $1/2$  puta  $1/2$ , odnosno  $1/4$ . Vrlo jednostavnim izračunom pokazuje se da konjunkcija ima manju vjerojatnost nego samo jedan konjunkt.

### 5.2. Grafički prikaz Lindinog problema

Ovo se može prikazati i grafički, uz pomoć skupova. Pretpostavimo dva skupa,  $S$  i  $P$ . Neka je  $S$  skup koji sadrži sve ljude koji su blagajnici ili blagajnice. Neka je  $P$ , s druge strane, skup koji



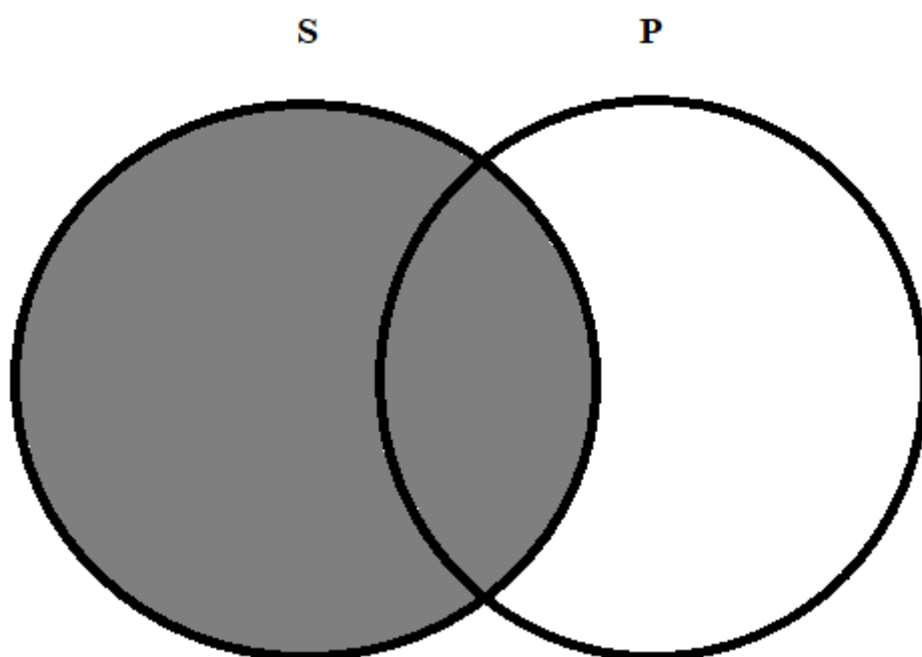
sadrži sve ljude koji su aktivni u feminističkom pokretu. Presjek tih dvaju skupova,  $S \cap P$ , sadržavati će sve ljude koji su blagajnici ili blagajnice, i usto su aktivni u feminističkom pokretu. Vizualni prikaz će biti sljedeći:



Slika 3.

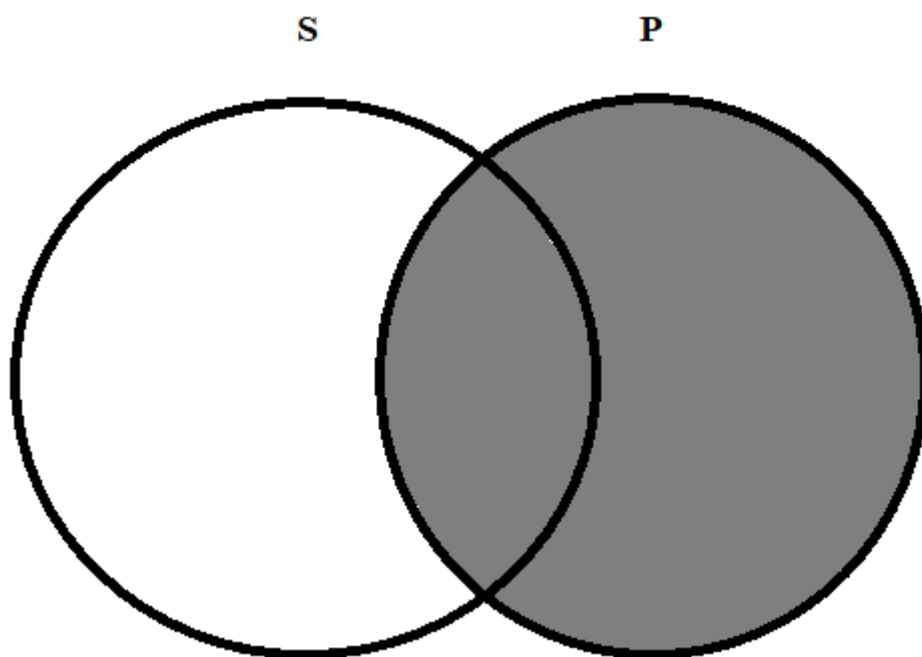
Gledajući ovaj prikaz, zamislimo sada da moramo smjestiti Lindu u jedan od ovih skupova. Procjenjujemo koja je vjerojatnost da se ona nalazi u skupu  $S$ , i nazovimo tu prvu opciju  $X1$ . Zatim procjenjujemo koja je vjerojatnost da se ona nalazi u skupu  $P$ , i nazovimo tu drugu opciju  $X2$ . I naposljetku, procjenjujemo vjerojatnost da se ona nalazi u presjeku tih dvaju skupova, odnosno da je istovremeno dio i skupa  $S$  i skupa  $P$ , i nazovimo ovu zadnju opciju  $X3$ .

Grafički prikaz sada će izgledati ovako:



Slika 4.

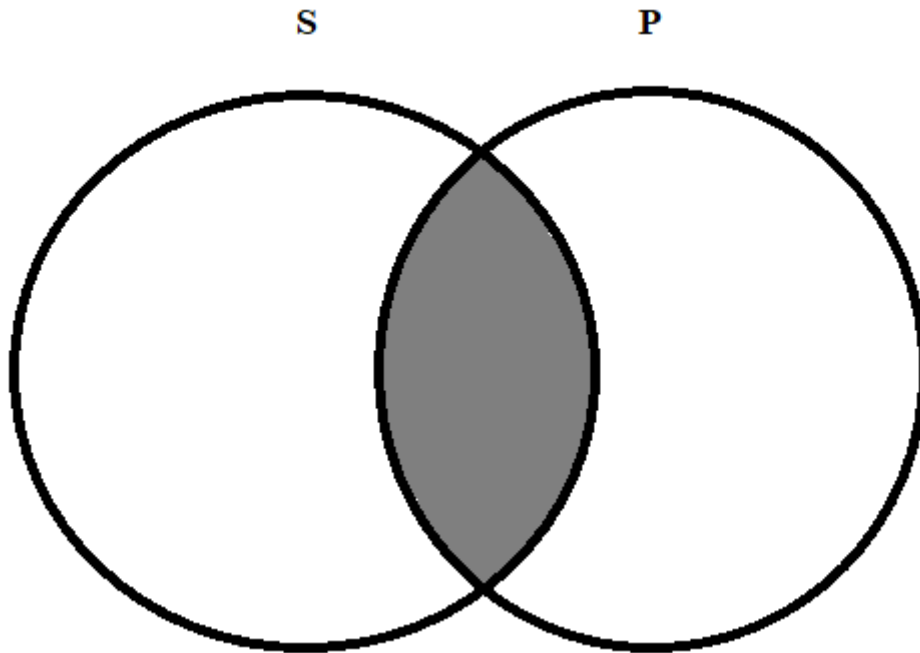
za X1; ovako:



Slika 5.

za X2;

te, naposljetku, ovako:



Slika 6.

za  $X3$ .

U prvom slučaju,  $X1$ , Lindu kao element možemo naći bilo gdje unutar skupa  $S$ . Nešto se slično događa i u drugom slučaju,  $X2$ , u kojem se Linda može pojaviti bilo gdje unutar skupa  $P$ . Ali u trećem slučaju,  $X3$ , prostor u kojem se Linda kao element može pojaviti je bitno sužen; radi se o presjeku ta dva skupa, i vjerojatnost se osjetno smanjuje. Usporedimo li, naprimjer, direktno opcije  $X1$  i  $X3$ , vidjeti ćemo da se u opciji  $X1$  Linda može pojaviti bilo gdje unutar skupa  $S$ , dok se u opciji  $X3$  Linda može pojaviti kao element samo u jednom manjem dijelu tog istog skupa, i to u onom dijelu u kojem se skup  $S$  preklapa sa skupom  $P$ . Vizualnim prikazom, problem konjunkcije postaje intuitivno puno jasniji.

### 5.3. Kontekstualne informacije u procjeni vjerojatnosti

Posve je legitimno, međutim, zapitati se jesmo li vjerojatnosti zadali na vjerodostojan način. Naime, za svaku od dvije propozicije u konjunkciji „Linda je blagajnica i aktivna je u feminističkom pokretu“ pretpostavili smo da su moguće samo dvije opcije, odnosno propozicija i njena negacija. Umjesto da smo, primjerice, za prvu propoziciju pretpostavili kao mogućnosti samo „Linda je blagajnica“ i „Linda nije blagajnica“, mogli smo imati puno više mogućih slučajeva  $m$ : „Linda je vojni pilot“, „Linda je glumica“, „Linda je medicinska sestra“... ili, recimo, „Linda je profesorica filozofije“. Ova zadnja mogućnost naoko je jednaka onim

prethodno nabrojanima, ali postoji jedna bitna razlika: informacije koje smo dobili o Lindi (na temelju njenog opisa) zdravorazumski se čine povezane sa mogućnošću da je ona profesorica filozofije. Možemo to shvatiti ovako: ništa iz Lindina opisa ne ukazuje na to da je ona glumica, ili vojni pilot. S druge strane, njen opis prilično dobro odgovara onome što možemo zamisliti kad zamišljamo profesoricu filozofije (zainteresirana je za pitanja socijalne pravde i diskriminacije, pametna, te voli filozofiju). Ako znamo da je Linda inteligentna, dobra u filozofiji, te zainteresirana za pitanja diskriminacije i socijalne pravde, biti ćemo skloni zadati veću vjerojatnost tvrdnji „Linda je profesorica filozofije“. Sve to, s druge strane, također utječe na vjerojatnost tvrdnje „Linda je blagajnica“. Opis koji imamo ne odgovara onome što zamišljamo kad zamišljamo blagajnicu:

(...) svejedno je lako pretpostaviti gotovo savršeni konsenzus: Linda vrlo dobro odgovara opisu aktivne feministkinje, prilično dobro opisu osobe koja radi u knjižari i pohađa satove joge - i prilično loše opisu blagajnice ili prodavačice osiguranja.

Usredotočite se sad na ključne stavke na popisu: djeluje li Linda više kao blagajnica, ili pak više kao blagajnica koja je aktivna u feminističkom pokretu? Svi se slažu da Linda odgovara ideji „feminističke blagajnice“ puno bolje nego stereotipu blagajnice. Stereotipna blagajnica nije feministička aktivistkinja, i dodavanje tog detalja opisu cijelu priču čini koherentnijom. (Kahneman 2011, 153-154, preveo Pauletig)

Ove informacije poprimaju još veću težinu kada procjenjujemo vjerojatnost druge propozicije u konjunkciji. Tvrdnja „Linda je aktivna u feminističkom pokretu“ ima vjerojatnost  $v$  jednaku 0.5 (to je situacija u kojoj ćemo uzeti u obzir kao moguće slučajeve  $m$  samo propoziciju i njenu negaciju) samo ukoliko o Lindi nemamo nikakvih relevantnih informacija za tu tvrdnju. Ako pak mi znamo da je Linda inteligentna, dobra u filozofiji, te zainteresirana za pitanja diskriminacije i socijalne pravde, te informacije u osjetnoj mjeri povećavaju vjerojatnost koju ćemo biti skloni zadati propoziciji da je Linda danas aktivna u feminističkom pokretu, iz razloga što to više odgovara njenom opisu.

#### **5.4. Izračun vjerojatnosti u Lindinom problemu**

Čini se, stoga, da je prva procjena vjerojatnosti za našu konjunkciju, u kojoj je  $v$  bila  $1/4$ , pogrešna jer se temelji na vjerojatnosti dvaju propozicija koje tvore konjunkciju koje nisu uopće uzele u obzir kontekstualne informacije koje smo imali na raspolaganju. Stoga ćemo ponoviti naš izračun, zadajući vjerojatnosti tako što ćemo uzeti u obzir sve ono što znamo o Lindi. Prva

propozicija iz konjunkcije, „Linda je blagajnica“, imati će veoma malu vjerojatnost jer postoji jako mnogo mogućih slučajeva  $m$ . Osim što je moguće da je Linda blagajnica, jednako je tako moguće da je Linda vojni pilot, glumica, medicinska sestra, profesorica filozofije...ali i instruktorica skijanja, ili rukometašica, ili policajka, ili sutkinja. Mogućnosti je onoliko koliko i raznih zanimanja koja postoje. Usto, neke od tih mogućnosti biti će vjerojatnije s obzirom na informacije o Lindi koje imamo na raspolaganju. Pretpostavimo li da za jednu osobu, kojoj ćemo dati ime Ben, znamo da je diplomirao na pravnom fakultetu, te da je to jedina informacija koju imamo na raspolaganju o Benu, razumno je reći da je vjerojatnije da radi kao odvjetnik nego kao liječnik. Isti se princip primjenjuje i na Lindu. S obzirom na informacije koje su nam dostupne, postoji niz zanimanja koji su vjerojatniji od blagajnice. Broj povoljnih slučajeva će, dakle, biti 1. Broj mogućih slučajeva, s druge strane, je ogroman. Uzimavši sve ove okolnosti u obzir, pretpostavimo da je vjerojatnost  $v$  za propoziciju „Linda je blagajnica“ izrazito niska i izrazimo ju vrlo malom decimalom:

$$v(P1) = 0.05$$

Sad obavimo isti izračun za drugu propoziciju u konjunkciji, P2. Kontekstualne informacije će u ovom slučaju imati obrnuti utjecaj. Za osobu koja je zainteresirana za filozofiju te, pogotovo, za pitanja diskriminacije i socijalne pravde, možemo razumno reći da je vrlo vjerojatno da će biti aktivna u feminističkom pokretu, ili barem da je vjerojatnije da će biti aktivna u feminističkom pokretu nego da neće. Pretpostavimo da je tako nešto skoro sigurno, i da je vjerojatnost  $v$  za propoziciju „Linda je aktivna u feminističkom pokretu“ izrazito visoka, te ju izrazimo sa vrlo velikom decimalom (koja u svakom slučaju ne može biti veća od ili jednaka 1, jer bi to značilo da je propozicija ne samo veoma vjerojatna već i sigurna):

$$v(P2) = 0.99$$

Sad smo dobili procjene vjerojatnosti koje u mnogo većoj mjeri odgovaraju opisu Linde. Malo je vjerojatno da je Linda blagajnica, s obzirom na interese i karakteristike koje ima, a istovremeno je vrlo vjerojatno da je Linda aktivna u feminističkom pokretu. Znači li to da je vjerojatnije da je Linda blagajnica, ili da je Linda blagajnica koja je aktivna u feminističkom pokretu?

Analizirajmo još jednom tvrdnje od kojih smo krenuli. Tvrdnja 6, „Linda je blagajnica“, očigledno je identična propoziciji  $P1$  čiju smo vjerojatnost upravo ustanovili, i stoga će imati i istu vjerojatnost kao i  $P1$ :

$$v(T6) = 0.05$$

Tvrdnja 8, „Linda je blagajnica i aktivna je u feminističkom pokretu“, sastoji se od dvije propozicije kojima smo ranije zadali vjerojatnosti, i vjerojatnost za cijelu tvrdnju dobiti ćemo tako što ćemo pomnožiti vjerojatnost propozicije P1 sa vjerojatnošću propozicije P2:

$$v(T8) = v(P1) * v(P2)$$

odnosno

$$v(T8) = 0.05 * 0.99$$

Sad nam je preostalo samo pomnožiti te dvije vrijednosti, i dolazimo do vjerojatnosti tvrdnje 8 koja je jednaka... 0.0495.

Slijedi da nam ni promjena u načinu na koji zadajemo vjerojatnost ne pomaže, jer će konjunkcija dvaju propozicija P1 i P2 ponovo imati manju vjerojatnost nego samo prva propozicija, P1. Izvjesno je, zapravo, da će konjunkcija uvijek imati manju vjerojatnost nego samo jedan njen konjunkt, a razlog za tu neizbježnu činjenicu leži u samom načinu na koji se vjerojatnost jedne konjunkcije računa. Radi se, naime, o umnošku dvaju brojeva, a ta su dva broja takva da moraju biti manja od 1. Ti brojevi ne mogu biti jednaki 1, niti veći od 1, jer broj povoljnih slučajeva nekog događaja,  $p$ , ne može biti veći od broja mogućih slučajeva nekog događaja,  $m$ , a kad su  $p$  i  $m$  jednaki tada je događaj siguran, odnosno više se ne govori o vjerojatnosti. Svaki put kad pomnožimo dva broja koja su manja od 1, njihov će umnožak biti manji od bilo kojeg od ta dva broja zasebno.

Čini se, dakle, da pri svakom pokušaju da na racionalan način obrazložimo vjerojatnosti koje smo odlučili zadati dvjema tvrdnjama iz istraživanja, upadamo u problem. Tvrdnja 8, „Linda je blagajnica i aktivna je u feminističkom pokretu“, nužno će imati manju vjerojatnost nego tvrdnja 6, „Linda je blagajnica“. Pa ipak, teško se oteti dojmu da je sasvim razumno pretpostaviti da je Linda aktivna u feminističkom pokretu. Pravu srž ovog problema moramo stoga potražiti negdje drugdje, a ne u matematičkoj analizi.

## 6. Problem konjunkcije u prirodnom jeziku

U svom članku *The Streak of Streaks* autor Stephen J. Gould navodi eksperiment Kahnemana i Tverskog, opisujući ga na sljedeći način:

Tversky i Kahneman navode osam tvrdnji, ali pet njih su nevažne, a samo tri su stvarni dio eksperimenta:

Linda je aktivna u feminističkom pokretu;

Linda je blagajnica;

Linda je blagajnica i aktivna je u feminističkom pokretu.

Jednostavno je nužno da je treća tvrdnja najmanje vjerojatna, jer je konjunkcija nužno uvijek manje vjerojatna od zasebnih propozicija od kojih je sastavljena. To je svakome razumljivo kada mu se princip objasni eksplicitno i sa strpljenjem. Ali sve grupe ispitanika, od sofisticiranih studenata koji bi trebali jako dobro razumjeti logiku i vjerojatnost pa do nasumičnih osoba sa ulice, redovito zadnju tvrdnju ocjenjuju kao vjerojatniju nego drugu. (Ovaj mi je primjer posebno drag jer znam da je treća tvrdnja najmanje vjerojatna, a opet jedan mali čovječuljak u mojoj glavi uporno skače gore-dolje, i više na mene—„ali ona ne može biti samo blagajnica; pročitaj njen opis.“) (Gould 1988, preveo Pauletig)

Gould, kao što se to može i iščitati iz njegovih riječi, jako dobro razumije prirodu ovog problema. Autor jasno kaže kako konjunkcija dvaju propozicija nužno ima manju vjerojatnost od bilo koje od tih dviju propozicija zasebno, ali ono što je u ovom citatu interesantnije su dvije stvari koje navodi dalje u tekstu.

Prvo, Gould ističe kako u klopku ovog problema upada velik broj ljudi, neovisno o tome radi li se o studentima kojima su logika i vjerojatnost itekako bliski i razumljivi ili pak o nasumičnim ljudima koji logiku i vjerojatnost naprosto ne razumiju intuitivno, osim ako im je nešto objašnjeno na eksplicitan način.

Drugo, sam autor tvrdi da mu je ovaj problem veoma drag jer je svjestan činjenice da je treća od tri tvrdnje koje navodi ona koja zapravo najmanje vjerojatna, a istovremeno se ne može otarasiti malog čovječuljka [*homunculusa*] u svojoj glavi koji skače i više kako Linda nipošto ne može biti samo blagajnica, i da je dovoljno pročitati njen opis kako bi se to vidjelo. Ova je druga tvrdnja, pogotovo, nešto s čime se dubinski slažem. Zaista se teško otarasiti dojma kako

opis Linde ne upućuje na osobu koja je danas samo blagajnica, i vjerujem da se i čitatelj slaže sa tom konstatacijom.

Te dvije stvari koje Gould u svom članku primjećuje su vrlo indikativne. Čini se, naime, kako se pogreška pojavljuje neovisno o tome koliko je „razvijeno“ (u nedostatku bolje riječi) nečije logičko promišljanje, a osim toga, i kad nam je problem sasvim eksplicitno predstavljen i pojašnjen (kao što smo to mogli vidjeti u ranijim poglavljima), postoji nekakav osjećaj koji nam govori da nešto nije u redu.

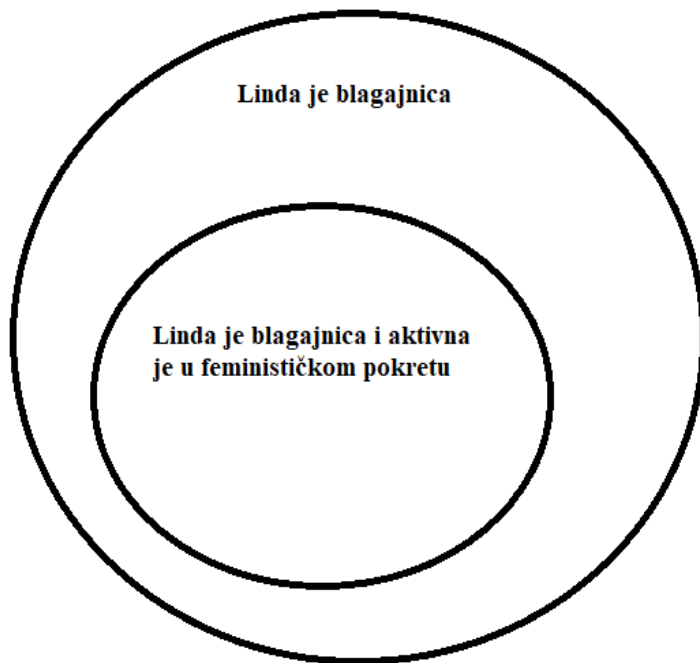
Moj je dojam da je Gould, pretpostavljam nesvjesno, savršeno pogodno u srž tog osjećaja sa zadnjom rečenicom iz gore navedenog citata.

„Linda ne može biti *samo* blagajnica“, uvjerava nas *homunculus* iz Gouldovog teksta. I ta jedna jedina riječ, „samo“, objašnjava nam gdje se točno problem pojavljuje. Formalni jezik, naime, u usporedbi i procjeni vjerojatnosti između dvije tvrdnje od kojih je jedna konjunkcija a druga jedan od dva konjunkta iz te prve konjunkcije, ne govori nam apsolutno ništa o drugom konjunkt, dok u prirodnom jeziku postoji određena implikacija. U narednim potpoglavljima detaljno ću analizirati i jedan i drugi slučaj.

### **6.1. Grafički prikaz problema u formalnom jeziku**

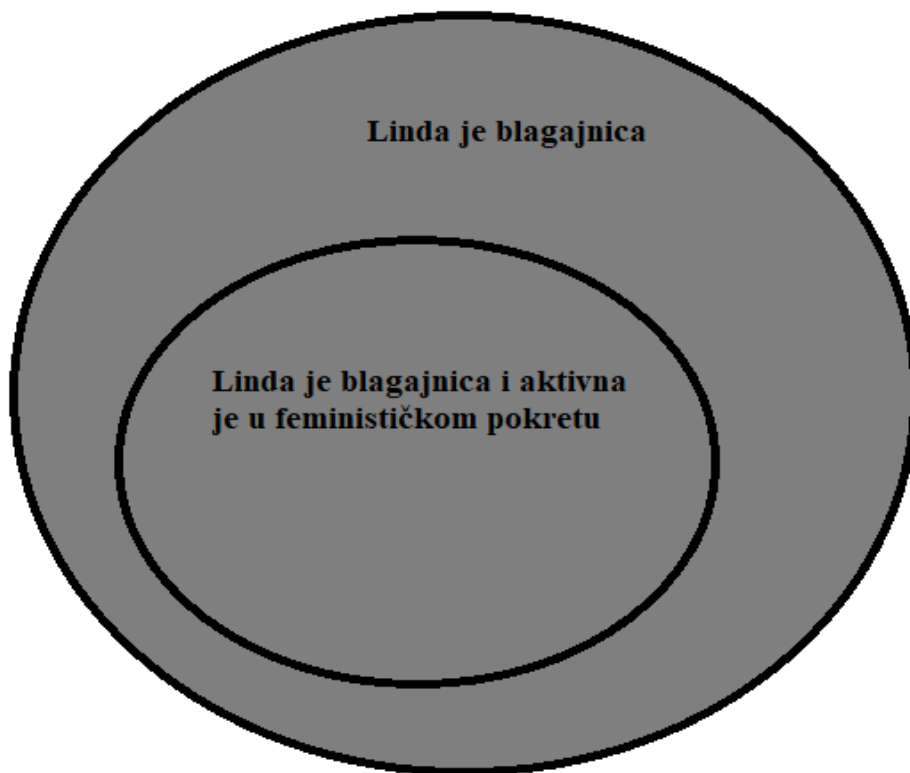
U formalnom jeziku, ili jeziku logike, problem konjunkcije funkcionira točno onako kako je i predstavljen. Uzimamo dvije tvrdnje, i za njih procjenjujemo vjerojatnosti. Prva tvrdnja, tvrdnja 6, je jednostavna propozicija: „Linda je blagajnica“. Druga tvrdnja, tvrdnja 8, je konjunkt: „Linda je blagajnica i aktivna je u feminističkom pokretu“. Prva je tvrdnja sadržana u drugoj; možemo ju zamisliti kao jedan manji dio druge tvrdnje. Druga tvrdnja, drugim riječima, *obuhvaća* onu prvu. Obrnuto, međutim, ne vrijedi: druga tvrdnja nije sadržana u prvoj, odnosno prva tvrdnja *ne obuhvaća* ovu drugu. Ovdje pričamo o *opsegu* tih dviju tvrdnji; prva nam govori jednu stvar o Lindi, dok druga govori dvije različite stvari. Prva tvrdnja, tvrdnja 6, govori nam samo da je Linda blagajnica. Druga tvrdnja, tvrdnja 8, nam pak daje dodatnu informaciju o Lindi, utoliko što nam govori ne samo da je Linda blagajnica, već i da je Linda aktivna u feminističkom pokretu. Vizualno, tvrdnje bismo mogli predstaviti na sljedeći način:





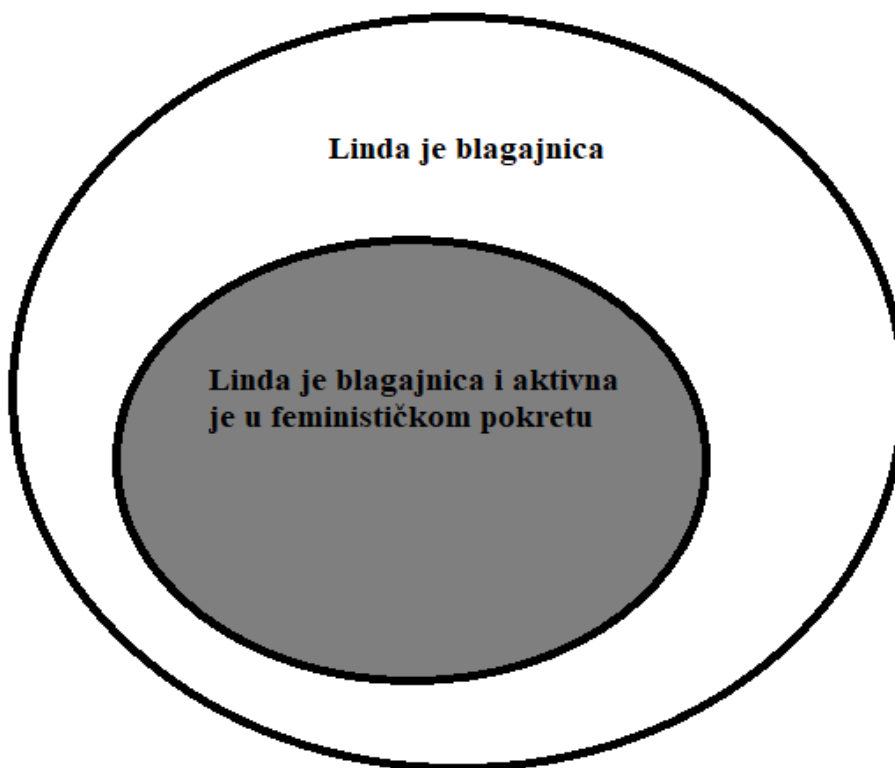
Slika 7.

Prikaz je sličan onom koji smo koristili u šestom poglavlju, i u osnovi, kad se govori o vjerojatnosti, kaže nam istu stvar. Moramo li procijeniti koji od ova dva skupa sadrži Lindu, vjerojatnije je da će se takav element naći u prvom, većem skupu, negoli u onom drugom, manjem, koji je sadržan u prvom. Prvi, veći skup je veći zato što je kriterij manje specifičan; taj skup sadrži elemente koji zadovoljavaju samo jedan uvjet, i stoga će biti opširniji. Drugi, manji skup je manji zato što elementi u njemu moraju zadovoljiti dva različita uvjeta. Stoga, ako pokušamo procijeniti vjerojatnost za tvrdnju 6 (nazovimo tu opciju X1) i vjerojatnost za tvrdnju 8 (ovu drugu opciju nazovimo X2) grafički to možemo prikazati ovako:



Slika 8.

za opciju X1, te ovako:

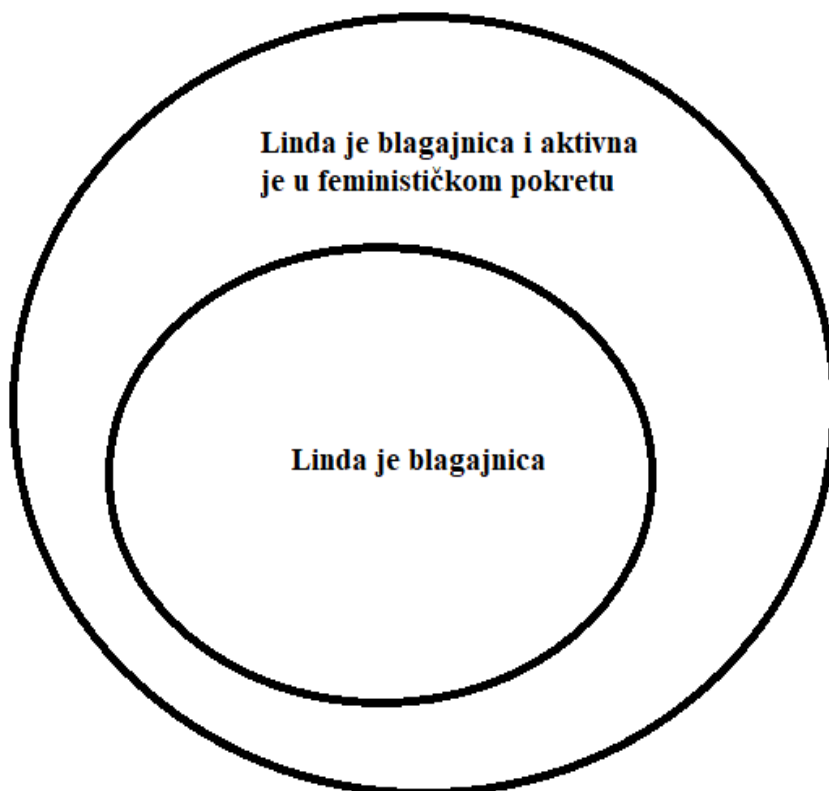


Slika 9.

za opciju X2.

To smo vidjeli i ranije; opcija X1 može se pojaviti u bilo kojem području većeg skupa, uključujući i područje koje obuhvaća onaj manji. Opcija X2, s druge strane, pojavljuje se samo unutar manjeg skupa, i ne može se nikako pojaviti unutar onog većeg. Manji skup je specifičniji u odnosu na onaj veći, jer dodatno sužava broj mogućih elemenata. Zamislimo da imamo u jednoj prostoriji sve osobe koje su blagajnici ili blagajnice, i samo takve osobe. Zatim, zamoliti ćemo sve u prostoriji da izađu ukoliko nisu aktivni u feminističkom pokretu; broj osoba koji ćemo sada imati u prostoriji biti će manji u odnosu na broj osoba koje smo imali u prostoriji prije negoli smo postavili pitanje, ili u najboljem slučaju jednak, ako su baš svi među našim blagajnicima i blagajnicama aktivni u feminističkom pokretu. No taj broj se nikako neće povećati, jer smo već imali sve osobe koje zadovoljavaju prvi uvjet; nitko neće ući u prostoriju i povećati naš broj. Skup se dakle ili sužava ili ostaje isti.

Rekli smo, međutim, i da obrnuta situacija sa Lindom ne vrijedi. Pokušamo li sa sljedećim grafičkim prikazom:



Slika 10.

...pogriješiti ćemo. Nikako ne može biti više elemenata u skupu koji sadrži sve elemente koji istovremeno zadovoljavaju uvjet „biti blagajnik“ i uvjet „biti aktivan u feminističkom pokretu“, negoli u skupu u kojem elementi zadovoljavaju samo uvjet „biti blagajnik“. Vratimo se na

primjer sa prostorijom; sad su u njoj prisutne sve osobe, i samo takve osobe, koje su blagajnici ili blagajnice te su aktivne u feminističkom pokretu. Ako sad poručimo toj skupini ljudi da prostoriju napuste svi oni koji ne zadovoljavaju uvjet „biti blagajnik/blagajnica“, iz prostorije sigurno neće izaći nitko. Dapače, ako je to jedini uvjet koji postavimo za boravak u prostoriji, gužva bi se mogla i znatno povećati, jer će u prostoriju nahrupiti svi oni koji jesu blagajnici i blagajnice, ali nisu aktivni u feminističkom pokretu.

## **6.2. Formalizacija problema konjunkcije**

Ovaj dijagramski prikaz, u svakom slučaju, rasvjetljava odnos između ta dva skupa, ali nam pokazuje i jednu drugu stvar: za tvrdnju „Linda je blagajnica“, potpuno je nebitno da li je ona aktivna u feminističkom pokretu. Alternativno, ta se tvrdnja može prikazati i ovako: „Linda je blagajnica, neovisno o tome da li je aktivna u feminističkom pokretu ili nije“. Kad kažemo da je Linda blagajnica, ta tvrdnja nam govori točno tu jednu jedinu informaciju o Lindi, odnosno da je ona blagajnica, i ništa više ili manje od toga. Zato, kad nas netko pita da procijenimo koja je tvrdnja vjerojatnija,

„Linda je blagajnica i aktivna je u feminističkom pokretu“

ili

„Linda je blagajnica“,

u formalnom jeziku to pitanje treba shvatiti kao procjenu vjerojatnosti tvrdnje

„Linda je blagajnica i aktivna je u feminističkom pokretu“

u usporedbi sa tvrdnjom

„Linda je blagajnica, neovisno o tome da li je aktivna u feminističkom pokretu ili nije“.

U prirodnom jeziku, stvari funkcioniraju malo drugačije.

## **6.3. Implikacija u prirodnom jeziku**

Zamislimo, na trenutak, da sjedim u predavaonici i slušam predavanje. Nakon što je predavanje završilo, po izlasku iz predavaonice, počnem razgovarati sa prijateljem koji je slušao to isto predavanje. I meni i mom prijatelju to je zadnja obaveza toga dana, i nemamo više razloga

zadržavati se u zgradi fakulteta. Prije predavanja, ja i moj prijatelj smo se načelno dogovorili da bi, kad predavanje bude gotovo, mogli otići sjesti u kafić i popiti kavu, no dogovor nije bio definitivni. Naime, kad sam ja to predložio, moj je prijatelj odgovorio kako će to ovisiti o tome hoće li nakon predavanja biti gladan. U tom slučaju, bolje bi bilo da prvo odemo nešto pojesti, pa tek onda sjednemo u kafić popiti kavu, i ja sam se složio. U razgovoru nakon predavanja, ja sada pitam prijatelja hoćemo li ići nešto pojesti pa nakon toga otići u kafić i popiti kavu, ili ćemo odmah otići u kafić. Sadrži li ova druga tvrdnja nekakvu implikaciju?

Čini se očitim da je to slučaj. Ako su postojale dvije mogućnosti, i ja i moj prijatelj smo se dogovarali između te dvije mogućnosti, implikacija je, u najširem smislu, ta da su te dvije mogućnosti *različite*. U nešto užem smislu, uzimajući u obzir konkretni primjer koji sam naveo, druga opcija je takva da implicira negaciju jednog dijela prve opcije.

Ponovo se radi o dvije tvdnje, samo što u ovom slučaju ne pričamo o vjerojatnosti; od dviju tvrdnji, jedna će se zasigurno ostvariti, a druga zasigurno neće. Prva tvrdnja, nazovimo ju *Ručak i kava*, ili skraćeno *RiK*, glasi „Ja i moj prijatelj ćemo nešto pojesti i popiti kavu“. Druga tvrdnja, koju ćemo nazvati *Samo Kava*, ili skraćeno *SK*, glasi „Ja i moj prijatelj ćemo samo popiti kavu“. Kad su te dvije tvrdnje sročene na način na koji smo ih upravo sročili, smisao koji se želi izreći zapravo je prilično eksplicitan; ako je jedna opcija da ćemo ja i moj prijatelj nešto pojesti i popiti kavu, a druga da ćemo *samo* popiti kavu, onda se uopće ne čini upitnim da se u drugoj tvrdnji podrazumijeva da *nećemo*, prije nego što popijemo kavu, nešto pojesti.

Termin koji se ponavlja je, uočiti ćete, isti onaj koji je nehotice koristio Gould kad je rekao da nije moguće da je Linda *samo* blagajnica. Ali prvo treba utvrditi da li se ta implikacija, koja postaje eksplicitnom uz jednostavan dodatak te jedne jedine riječi, održava i ako pitanje sročimo na drugi način.

Napravit ćemo zato male izmjene u našem primjeru. Pretpostavimo da ja i moj prijatelj nismo uopće pričali prije predavanja. Kad predavanje završi, ja i moj prijatelj se zapričamo i odlučimo otići sjesti u kafić. Kad smo sjeli, počnemo se dogovarati što ćemo naručiti. Ja ga pitam: „Hoćemo li naručiti kavu i sok? Ili ćemo naručiti kavu?“

Pitanje može zvučati čudno, zbog načina na koji je sročeno. Teško je riješiti se dojma kako bi puno prirodnije bilo drugi dio pitanja sročiti: „...Ili ćemo naručiti *samo* kavu?“, ali ta se težnja da pitanje postavimo na drukčiji, prirodan način pojavljuje upravo zato što je implikacija u pitanju vrlo očita. Svojim pitanjem, ja sam u stvari svojem prijatelju ponudio izbor. Kad sam

pitao: „Hoćemo li naručiti kavu i sok? Ili ćemo naručiti kavu?“, zapravo sam svog prijatelja htio pitati „Hoćemo li naručiti kavu i sok? Ili ćemo naručiti kavu, a *nećemo* naručiti sok?“

#### 6.4. Implikacija dvije konjunkcije

Ono što se ovdje događa, onda, nije vaganje između dvije opcije od kojih je jedna konjunkcija, a druga samo dio te konjunkcije. Naprotiv, u ovom slučaju se radi o dvije konjunkcije, koje su takve da je jedan konjunkt jedne od njih izravna negacija jednog konjunkt druge od njih. Pokušajmo prevesti te tvrdnje u formalni jezik, kako bi vidjeli što se točno događa.

Prvu opciju, koja je sročena u pitanje „Hoćemo li naručiti kavu i sok?“, možemo predstaviti kao konjunkciju koju ćemo zapisati na sljedeći način:

Naručiti ćemo kavu i naručiti ćemo sok.

Druga opcija je, kao što smo naveli, negacija prve, barem dijelom. Ta druga opcija, stoga, iako direktno spominje samo jedan dio one prve, *neće* biti zapisana na ovaj način:

Naručiti ćemo kavu.

Razlog radi kojeg tu tvrdnju ne možemo zapisati na taj način je taj što, u tom slučaju, ta tvrdnja poprima isti smisao koji formalno ima tvrdnja T8 iz Lindinog primjera. Ako je ta tvrdnja glasila:

Linda je blagajnica

a formalno ju se moglo prevesti tako da kažemo da

Linda je blagajnica, neovisno o tome da li je aktivna u feminističkom pokretu ili nije, tvrdnja koju analiziramo u ovom poglavlju nije jednostavna propozicija. Naprotiv, tvrdnju „Naručiti ćemo kavu“, ako je uzeta kao implicitna negacija prve opcije („Naručiti ćemo kavu i sok“) ispravno prevodimo na sljedeći način:

Naručiti ćemo kavu i nećemo naručiti sok.

Za razliku od primjera sa Lindom, u kojem se ukupno pojavljuju samo dvije propozicije (ako uzmemo u obzir tvrdnje T6 i T8), u ovom se slučaju radi o *tri* propozicije. Napravimo usporedbu Lindina primjera i ovog našeg. Propozicije koje se pojavljuju u Lindinom primjeru označiti ćemo sa *LP*; *L* označava da je riječ o tvrdnji iz Lindinog primjera, a *P* označava propoziciju iz jedne od tih dviju tvrdnji. Propozicije koje se, s druge strane, pojavljuju u primjeru koji smo

naveli u ovom poglavlju označit ćemo sa  $KP$ ;  $K$  označava kavu, po kojoj prepoznamo naš primjer, dok  $P$  označava propoziciju iz tog primjera. Pogledajmo sad propozicije koje možemo prepoznati u dva primjera.

U pitanju koje nam je postavljeno u vezi Linde imamo na raspolaganju dvije tvrdnje, i moramo odrediti koja od te dvije tvrdnje ima veću vjerojatnost: tvrdnja T6, „Linda je blagajnica“, ili tvrdnja 8, „Linda je blagajnica i aktivna je u feminističkom pokretu“. U te dvije tvrdnje, propozicije koje se pojavljuju su sljedeće:

LP1 - Linda je blagajnica

LP2 - Linda je aktivna u feminističkom pokretu

Ukoliko poželimo formalizirati te tvrdnje, napraviti ćemo to tako što ćemo tvrdnju 6 zapisati ovako:

$$LP1$$

Tvrdnju 8 ćemo pak zapisati na sljedeći način:

$$LP1 \wedge LP2$$

Druga propozicija, označena sa LP2, se u prvoj tvrdnji uopće ne pojavljuje.

Pogledajmo sad naš primjer. Imali smo dvije opcije: „Naručiti ćemo kavu i sok“ i „Naručiti ćemo kavu“. U te dvije tvrdnje, pojavljuju se tri propozicije:

KP1 - Naručiti ćemo kavu

KP2 - Naručiti ćemo sok

KP3 - Nećemo naručiti sok

Dvije opcije, onda, možemo zapisati kao:

$$KP1 \wedge KP2$$

za prvu opciju, te:

$$KP1 \wedge KP3$$

za drugu. Pošto je KP3 zapravo negacija KP2, možemo umjesto KP3 zapisati  $\neg KP2$ . Druga opcija će onda glasiti ovako:

$$KP1 \wedge \neg KP2.$$

Na ovaj način, razlika u prirodi ova dva pitanja postaje eksplicitna. Ako se pitanje u kojem procjenjujemo da li je vjerojatnije da je Linda blagajnica ili je vjerojatnije da je blagajnica koja je aktivna u feminističkom pokretu može izraziti kao disjunkcija sljedećeg oblika:

$$(LP1) \vee (LP1 \wedge LP2),$$

istovremeno se izbor koji smo pružili našem prijatelju u primjeru sa kavom i sokom može izraziti kao disjunkcija ovakvog oblika:

$$(KP1 \wedge KP2) \vee (KP1 \wedge \neg KP2).$$

Pokazali smo da razlika postoji, ali smo i napomenuli da u našem primjeru ne baratamo sa vjerojatnostima, za razliku od primjera sa Lindom. Sljedeći zadatak nam je, stoga, ustanoviti da li se implikacije ove vrste pojavljuju u prirodnom jeziku i kad pričamo o vjerojatnostima.

### 6.5. Procjena vjerojatnosti za dvije konjunkcije

Ja i moj prijatelj imamo plan: namjeravamo posjetiti jedan glazbeni festival, koji se održava za nekoliko mjeseci. Postoji, međutim, jedan uvjet: idemo samo ako nas budu zanimali bendovi i izvođači koji će svirati na festivalu. To, zasad, predstavlja problem, jer organizatori festivala još nisu objavili popis izvođača. Postoje, nasreću, i drugi načini na koje se može naslutiti tko bi mogao nastupiti na festivalu. Glazbenici objavljuju datume svojih nastupa, pogotovo ako su u pitanju turneje, kao i gradove u kojima će nastupiti u sklopu tih turneja. Nakon malo istraživanja, ja i prijatelj smo uspjeli sastaviti popis izvođača koji bi potencijalno mogli nastupiti. Dva imena, zbog blizine mjestu održavanja festivala drugim gradovima u kojima nastupaju, te vremena kada će se ti drugi nastupi održati, ističu se kao vrlo vjerojatna: Nick Cave i Darko Rundek. Nick Cave je, međutim, nastupio na zadnjem izdanju festivala, pa to još jedan nastup u relativno kratkom periodu čini malo vjerojatnim.

„Mislim“ kaže moj prijatelj, „da će nastupiti Nick Cave i Darko Rundek.“

„Ne znam baš“ odgovaram, „ja bih rekao da će nastupiti Darko Rundek.“

Razgovor se, ponovo, doima malo neprirodnim jer izostavlja riječ koja bi se činila vrlo uobičajenom u takvom razgovoru: *samo*. „Ja bih rekao da će nastupiti samo Darko Rundek“, rečenica je koja se doima puno prirodnijom u ovakvom kontekstu, ali i iz rečenice koju sam naveo kao svoj odgovor jasno je šta ja zapravo želim reći svojem prijatelju kad mu dajem takav odgovor. Moj odgovor, naime, implicitno podrazumijeva kako ja mislim da Nick Cave neće



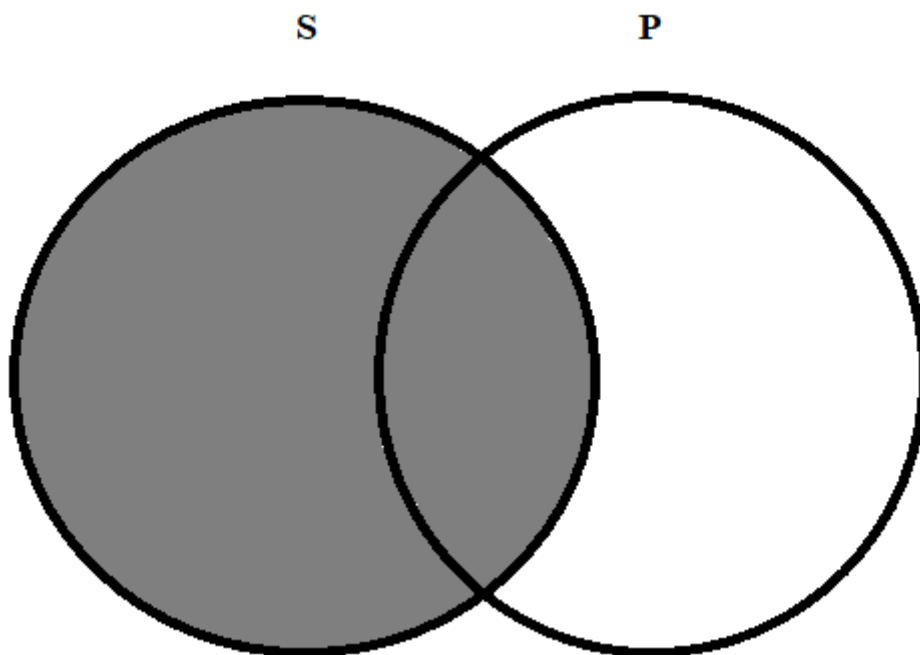
nastupiti na tom festivalu; drugim riječima, moj odgovor podrazumijeva da ja jednu mogućnost smatram vjerojatnijom od druge, a to je upravo mogućnost po kojoj će Darko Rundek nastupiti na festivalu, a Nick Cave neće. U svom odgovoru ne želim reći kako uopće ne razmišljam o mogućnosti da Nick Cave nastupi ili ne nastupi, već dajem veću težinu jednoj od te dvije alternative.

Postoji razlika u odnosu na Lindino pitanje, naravno. U tom pitanju jedna osoba procjenjuje vjerojatnost dvaju različitih mogućnosti, dok u našem primjeru dvije osobe daju svaka svoje mišljenje na temelju nekakvih informacija. Pretpostavimo stoga da ja i moj prijatelj, nakon što se nismo uspjeli složiti, pitamo zajedničkog poznanika da nam kaže što on misli. Podijelimo s njim sve informacije koje smo pronašli, i pitamo ga što je vjerojatnije: da će na festivalu svirati Darko Rundek, ili da će nastupiti Darko Rundek i Nick Cave? Postavimo li problem na ovaj način, implikacija postaje još izraženijom. Naš poznanik će, i to potpuno ispravno, zaključiti da prva mogućnost ujedno podrazumijeva da Nick Cave ne nastupa na festivalu.

Slični se primjeri mogu pojaviti i u drugim područjima. U razgovoru o vremenu, recimo, ja mogu raspravljati sa nekom osobom da li je vjerojatnije da će sutra padati kiša, ili da će padati kiša i usto puhati jaka bura. U razgovoru o sportu, grupa ljudi može procjenjivati vjerojatnost da u finalu teniskog turnira nastupi Rafael Nadal, ili da u tom finalu nastupe Nadal i Novak Đoković. Zajedničko bilo kojem takvom primjeru je to da će jedan odgovor implicitno sadržavati djelomičnu negaciju drugog odgovora. Ali u izborima takve vrste, bez obzira na to pričamo li o vjerojatnosti ili o preferenciji, pojavljuje se implikacija. Razlog za tu pojavu, u prirodnom jeziku, leži u kontekstu samog razgovora. Spomenu li se dvije mogućnosti eksplicitno, i pruži li se izbor između njih, onaj kojem je taj izbor pružen pretpostavlja (i to sasvim razumno) da su izbori različiti, u smislu da se na neki način međusobno isključuju. Ako je pitanje koje ja i moj prijatelj postavljamo poznaniku da li je vjerojatnije da će nastupiti Darko Rundek ili da će nastupiti Darko Rundek i Nick Cave, sama struktura pitanja nameće postojanje neke razlike.

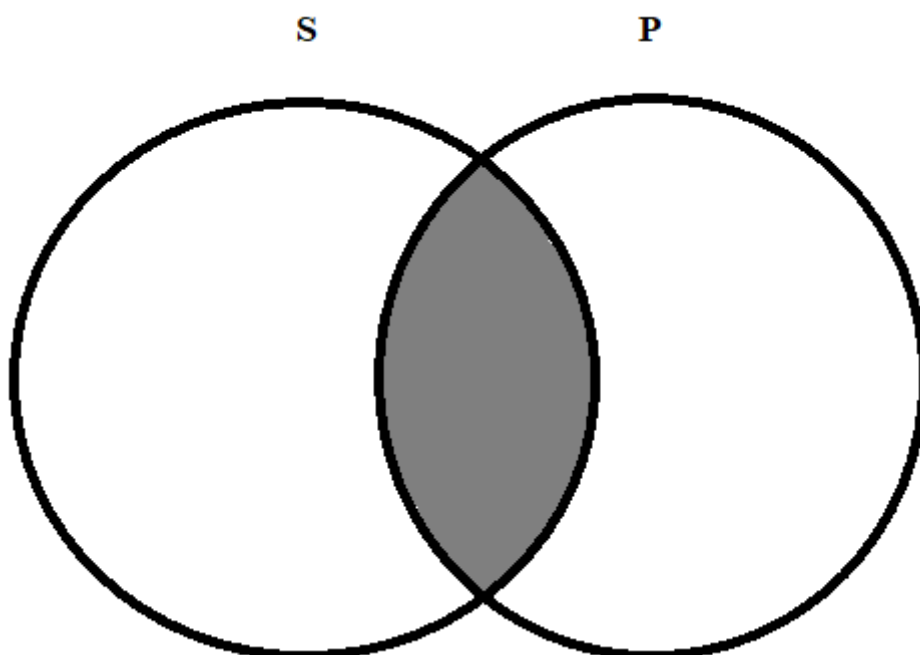
## **6.6. Grafički prikaz implicitne konjunkcije**

Kada se problem počne shvaćati na ovaj način, i njegove vizualne prezentacije postaju drugačije. Ranije smo, putem Vennovih dijagrama, procjenjivali vjerojatnost da se Linda kao element pojavi u pojedinom dijelu dijagrama. Za opciju X1, po kojoj se Linda može pojaviti kao element koji pripada skupu „biti blagajnica“, prikaz je bio sljedeći:



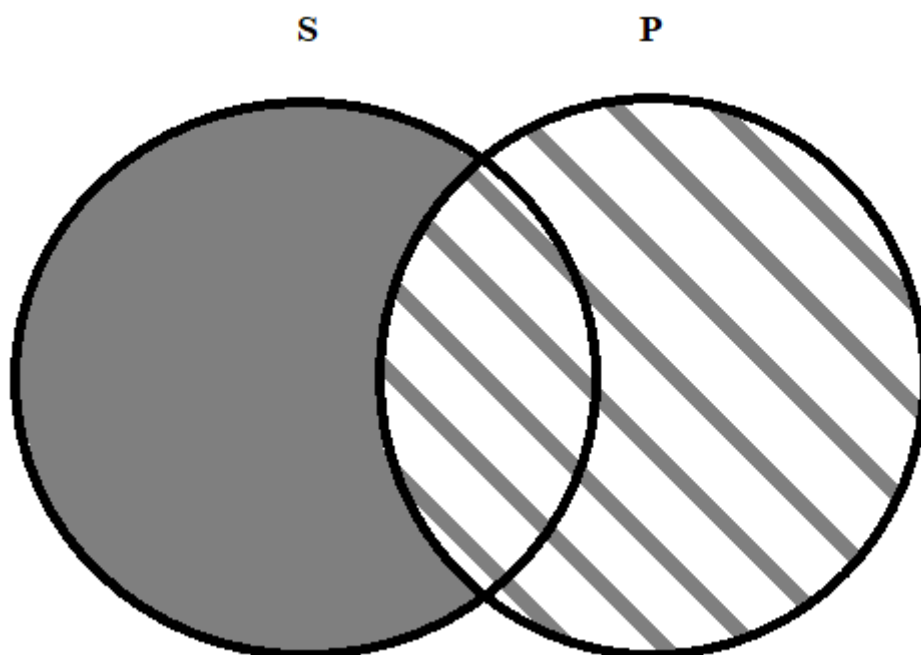
Slika 11.

Za opciju X3, u kojoj se Linda mogla pojaviti samo u presjeku skupova jer je istovremeno morala zadovoljiti dva kriterija, „biti blagajnica“ i „biti aktivna u feminističkom pokretu“, prikaz je izgledao ovako:



Slika 12.

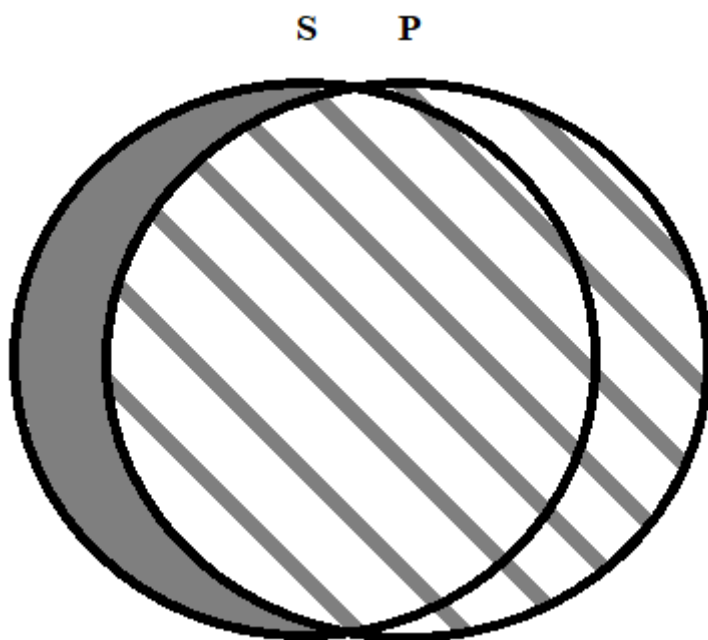
Iz ova dva prikaza, jasno je da Linda ima više vjerojatnosti pojaviti se bilo gdje u skupu S, negoli u presjeku. Ali kad u vizualni prikaz uzmemo u obzir implikaciju, stvari se mijenjaju. Prva opcija, X1, mora izraziti mogućnost da je Linda blagajnica, ali i da nije aktivna u feminističkom pokretu:



Slika 13.

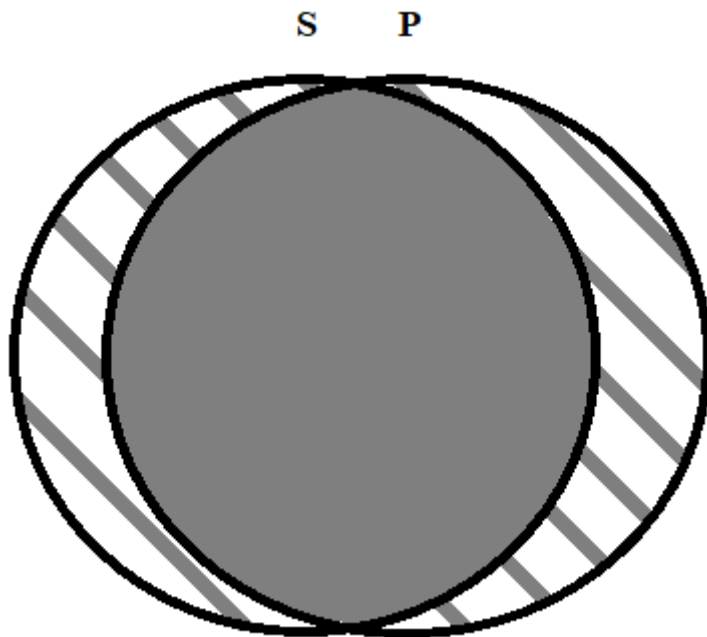
Linda se, u ovom slučaju, ne može pojaviti bilo gdje u skupu S, nego samo u onom dijelu skupa koji nije u presjeku sa skupom P. Područje koje smo označili dijagonalnim crtama biti će prazno.

Vizualno, dojam je da je još uvijek vjerojatnije da se Linda nalazi samo u skupu S, ali to je zbog načina na koji smo nacrtali skupove. Možemo ih nacrtati i ovako:



Slika 14.

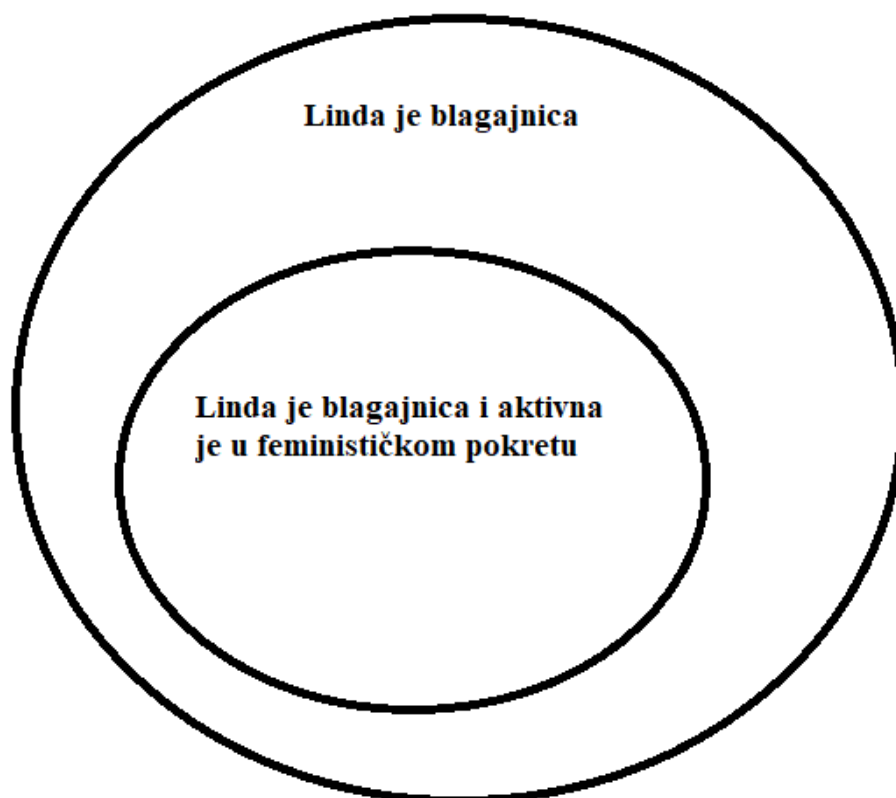
U tom slučaju, za opciju X3 prikaz bi bio ovakav:



Slika 15.

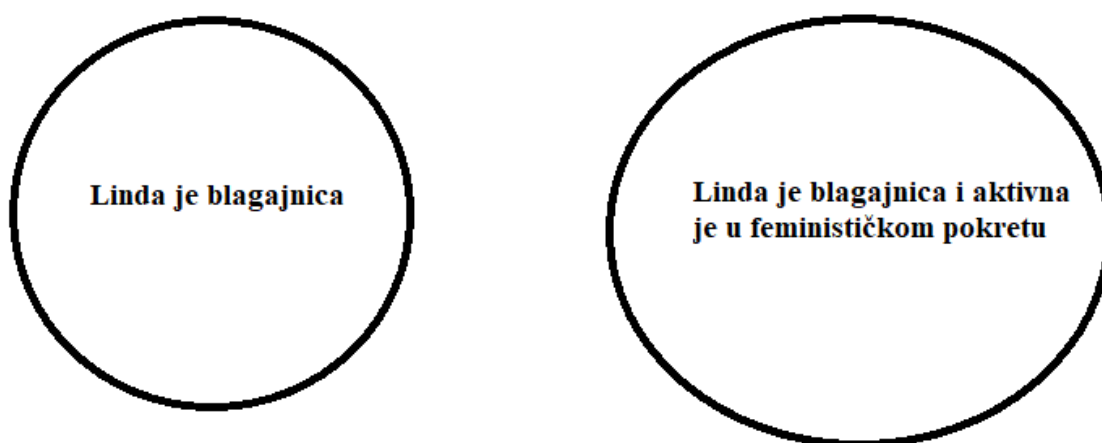
Sada je pak dojam kako je puno vjerojatnija opcija u kojoj je Linda i blagajnica i aktivna u feminističkom pokretu. To ne mora ništa značiti, ali došli smo u situaciju u kojoj dvije opcije mogu biti više ili manje vjerojatne jedna u odnosu na drugu, i više ne vrijedi da će jedna opcija nužno biti vjerojatnija jer uvijek pokriva veći prostor.

Slična se stvar događa i u prikazima koji koriste Venn-Eulerove dijagrame. Prije je grafički prikaz izgledao ovako:



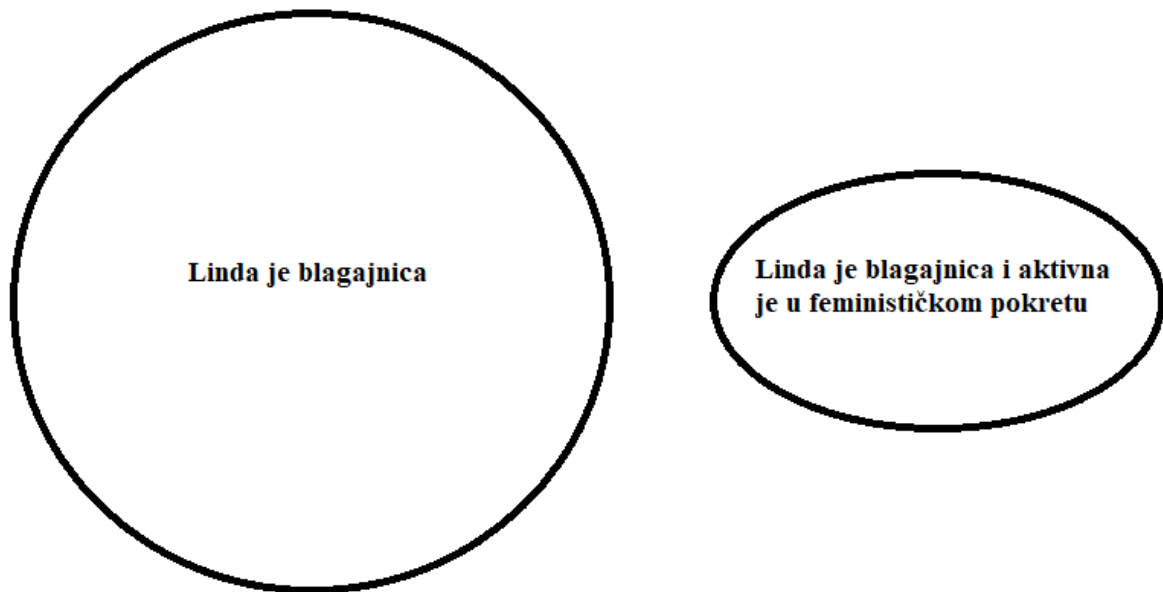
Slika 16.

Jedan je skup manji, i sadržan unutar drugoga jer daje dodatnu informaciju o Lindi. No sada oba skupa daju isti broj informacija, po dvije, od kojih je jedna informacija iz jednog skupa oprečna drugoj informaciji iz drugog skupa. To će, pak, značiti ne samo da jedan skup više neće u potpunosti obuhvatiti drugi, već i da skupovi uopće nemaju zajednički prostor:



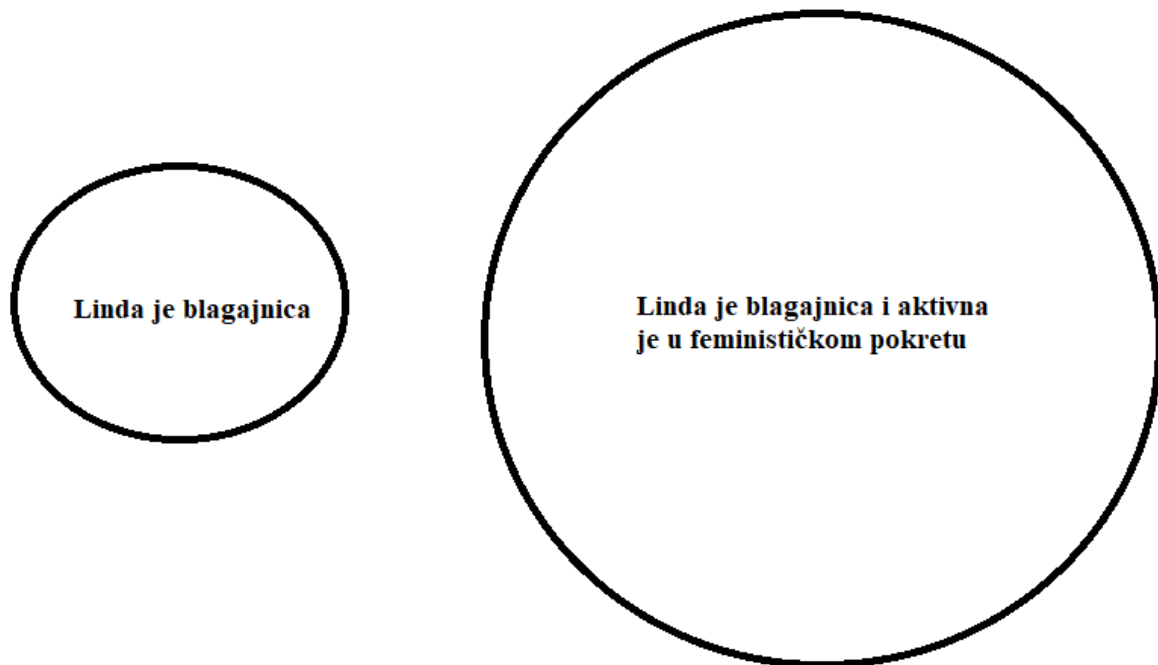
Slika 17.

Pitanje se onda svodi na to da li je vjerojatnije da se Linda pojavljuje u jednom ili u drugom skupu. A veličine skupova mogu varirati, pa oni mogu izgledati ovako:



Slika 18.

ali i ovako:



Slika 19.

U svakom slučaju, više nije nužno da je jedan skup uvijek veći i nikada manji od drugoga.

### **6.7. Dvije prostorije**

Kako bi rasvijetlili odnos između ta dva skupa, koristili smo i primjer sa prostorijom. Ta prostorija, rekli smo, sadrži sve ljude koji su blagajnici ili blagajnice, i zatim se broj ljudi smanjuje ako zatražimo da u prostoriji ostanu samo oni ljudi koji su usto aktivni u feminističkom pokretu. No sada nam taj primjer više neće odgovarati, te ga moramo izmijeniti. Zamislimo ga stoga ovako.

U hodniku, sa kojeg se može ući u dvije odvojene prostorije, nalaze se svi ljudi koji su blagajnici ili blagajnice. Ono što mi u ovom trenutku činimo je da upućujemo sve one koji su aktivni u feminističkom pokretu da uđu u jednu prostoriju, a one koji nisu aktivni u feminističkom pokretu da uđu u drugu prostoriju. Kad su se svi smjestili, pojavljuje se jedna osoba i pita nas poznajemo li Lindu. Daje nam njen opis: inteligentna je, voli filozofiju, te je zainteresirana za pitanja socijalne pravde i diskriminacije. Linda se sigurno nalazi u jednoj od te dvije prostorije; gdje je vjerojatnije da ćemo ju pronaći? Među ljudima koji su aktivni u feminističkom pokretu, ili među onima koji nisu?

## 7. Alternativne interpretacije

Ustanovili smo, dakle, da se pitanje vjerojatnosti mijenja kada ga analiziramo na drukčiji način, te problem konjunkcije u potpunosti nestaje. Implikaciju u Lindinom problemu uočili su i drugi autori, a njihova saznanja svakako treba spomenuti, između ostaloga i da bi se razumjelo da li je implikacija nešto što ispitanici zaista uzimaju u obzir pri rješavanju Lindina problema. Hertwig i Gigerenzer daju odličan pregled autora koji su analizirali Lindin problem iz različitih perspektiva, i ujedno nude i svoje viđenje u članku *The conjunction fallacy revisited: how intelligent inferences look like reasoning errors* (1999). Među tim autorima, tezu o implikaciji u Lindinom problemu predstavili su Adler (1984, 1991), Dulany i Hilton (1991), te Politzer i Noveck (1991). Uslijedili su i razni pokušaji da se pojava implikacije u pitanju blokira.

### 7.1. Blokiranje implikacije

Kahneman i Tversky su sami pokušali sa preformulacijom, na način da su opciju „Linda je blagajnica“ promijenili u „Linda je blagajnica neovisno o tome da li je aktivna u feminističkom pokretu ili ne“. U tom slučaju, kod njihovih ispitanika se broj onih koji su i dalje činili pogrešku konjunkcije smanjio sa 89% na 57% (1983, 299). Morier i Borgida su pak zadržali sve ponuđene odgovore iz prvotnog istraživanja, i dodali odgovor „Linda je blagajnica i nije aktivna u feminističkom pokretu“ (1984). U tom slučaju, postotak ispitanika koji su i dalje činili pogrešku ostao je relativno visok, 77%.

Posebno je zanimljiv zaključak koji su predstavili Dulany i Hilton (1991). Ispitanicima koji su rješavali problem postavljeno je pitanje o tome na koji su način shvatili tvrdnju „Linda je blagajnica“, uz četiri ponuđena odgovora: (1) Linda je blagajnica i nije aktivna u feminističkom pokretu, (2) Linda je blagajnica i vjerojatno je aktivna u feminističkom pokretu, (3) Linda je blagajnica i vjerojatno nije aktivna u feminističkom pokretu, i (4) Linda je blagajnica neovisno o tome da li je aktivna u feminističkom pokretu. Dulany i Hilton su smatrali da samo oni ispitanici koji su tvrdnju shvatili kao (4), i svejedno počinili pogrešku konjunkcije, mogu biti uzeti u obzir kao relevantni za pogrešku konjunkcije. Po takvom tumačenju, samo 26% ispitanika počinilo je pogrešku.



Hertwig i Gigerenzer zaključuju (1999, 298) da barem dio ispitanika pretpostavlja implikaciju. S obzirom na primjere koje smo upravo nabrojali, čini se potrebnim analizirati da li se implikacija pojavljuje u samo jednom obliku (i to onom koji smo predstavili u toku ovog rada).

## 7.2. Neizbježnost implikacije

Promjena koju su uveli Kahneman i Tversky pokazuje da usprkos eksplicitnijoj varijanti tvrdnje 6, osjetan postotak ispitanika i dalje griješi. Još je indikativniji rezultat istraživanja koje su proveli Morier i Borgida; između tri ponuđene opcije, „Linda je blagajnica i aktivna je u feminističkom pokretu“ i „Linda je blagajnica“ (opcije koje su relevantne za problem) te „Linda je blagajnica i nije aktivna u feminističkom pokretu“ (opcija kojom se pokušava blokirati implikacija tvrdnje „Linda je blagajnica“) ljudi i dalje zadaju veću vjerojatnost konjunkciji u odnosu na jednostavnu propoziciju. Dodajmo tome rezultate do kojih su došli Dulany i Hilton, te analizu razlike između formalnog i prirodnog jezika koja je ranije predstavljena u ovom radu, i dolazimo do zaključka da ni tvrdnja „Linda je blagajnica neovisno o tome da li je aktivna u feminističkom pokretu“ nije u potpunosti slobodna od implikacije.

Ranije smo, kao jedan primjer u kojem se pojavljuje implikacija, predstavili onaj iz svijeta sporta u kojem se procjenjuje vjerojatnost da u finalu teniskog turnira igra Nadal naspram vjerojatnosti da u finalu igraju Nadal i Đoković. Drugaćijim predstavljanjem pitanja, razlika između jednostavne propozicije i konjunkcije može postati jasnija; ako primjerice nekome ponudimo omjer 1:5 da će u finalu turnira zaigrati Nadal, te zatim tu osobu pitamo koji bi omjer prihvatila za okladu da će u finalu igrati i Nadal i Đoković, takvom će ishodu osoba dati veći omjer, ili, drugim riječima, manju vjerojatnost. Tako nešto su uočili Kahneman i Tversky (1983), primjećujući da kad se problem formulira u terminima oklade, tada ispitanici osjetno manje griješe. Hertwig i Gigerenzer pak dokazuju (1999) da se problem uvelike izbjegava ako je pitanje postavljeno koristeći termin frekvencije; njihov je zaključak stoga da ljudi prepoznaju pravo, formalno značenje tvrdnji ako ih se natjera da razmišljaju „matematički“.

Slična se stvar događa kad je riječ o klađenju; predviđam da će većina ljudi, razmišljajući na matematički način o okladama i ishodima, ispravno zadavati veću vjerojatnost jednostavnoj propoziciji negoli cijeloj konjunkciji, jer će prepoznati jedan događaj kao neovisan o drugome. Problem se, dakle, kod ispitanika pojavljuje kad se o njemu razmišlja u okviru prirodnog jezika. Istraživanja su ustanovila da je problematična čak i tvrdnja „Linda je blagajnica neovisno o tome da li je aktivna u feminističkom pokretu ili nije“, te da ni dodatna tvrdnja koja bi trebala

blokirati implikaciju u izvornom problemu, poput „Linda je blagajnica i nije aktivna u feminističkom pokretu“, ne pomaže. Ako ispitanici u prirodnom jeziku imaju velike poteškoće u prepoznavanju problema, dok istovremeno nemaju previše poteškoća kad su natjerani razmišljati na matematički način, onda možemo zaključiti da je kontekstualna implikacija, tipična za prirodni jezik, prepreka koja će se u takvim formulacijama uvijek pojavljivati. Smatram da se ona pojavljuje nužno kad god se ovaj problem analizira iz perspektive prirodnog jezika, no to ne mora značiti da će se pojaviti uvijek na istom mjestu. Neki će ispitanici implikaciju vidjeti u tvrdnji 6 te inferirati kontrast sa tvrdnjom 8, na način na koji smo to vidjeli ranije. Drugi će ispitanici uspjeti izbjeći implikaciju u tom koraku, ali bi pitanje mogli shvatiti tako da događaje ne promatraju kao neovisne (kao što bi ih promatrali u slučaju klađenja), već međusobno zavisne.

### **7.3. Maksimalna relevantnosti u prirodnom jeziku**

Hertwig i Gigerenzer (1999) smatraju da se radi o tome da ispitanici pokušavaju očuvati maksimu relevantnosti u prirodnom jeziku, tako što uzimaju u obzir informacije koje su dobili o Lindi. Formalno, te su informacije nebitne, zbog odnosa između konjunkcije i konjunkta u računu vjerojatnosti, ali ako se vodimo tom maksimom razmišljajući u terminima prirodnog jezika možemo zaključiti da nam one pomažu u određivanju vjerojatnosti nekog događaja. Vratimo se, po posljednji put, primjeru sa prostorijom. U njoj se nalaze sve osobe koje su blagajnici ili blagajnice. U jednom kutu prostorije skupili su se svi oni ljudi koji su usto i aktivni u feminističkom pokretu. Ulazimo u prostoriju, sa zadatkom da pronađemo Lindu.

Formalno, vjerojatnije je da se ona nalazi bilo gdje u cijeloj prostoriji negoli u jednom specifičnom kutu. Neformalno, čini se razumnim prvo ju potražiti među ljudima u kutu prostorije, jer je Linda, s obzirom na interese koje ima, vjerojatno upravo tamo. Na taj način, smatram, ovaj zadatak shvaćaju i ispitanici iz istraživanja Kahnemana i Tverskog; ukoliko nešto tražimo, tražit ćemo na onom mjestu na kojem se to što tražimo može, po našim saznanjima, pronaći. Iz aspekta prirodnog jezika, informacije koje smo dobili čine nam se bitnima, i predstavljaju dodatne kriterije koji nam pomažu u traženju odgovora. Stoga, ako znamo da je Linda inteligentna, zainteresirana za pitanja diskriminacije i socijalne pravde, te da voli filozofiju, nije li razumno pretpostaviti da je aktivna u feminističkom pokretu? Pa čak i ako je, usto, i blagajnica?

## Zaključak

Kroz ovaj rad, detaljno sam analizirao problem konjunkcije, i poglavito razliku u načinu na koji on funkcionira u formalnom, logičkom jeziku u usporedbi sa neformalnim, prirodnim jezikom. Formalno, taj problem predstavlja se kao procjena vjerojatnosti konjunkcije u usporedbi sa jednostavnom propozicijom koja je dio te konjunkcije. Neformalno, on se vrlo često shvaća na različite načine. Može biti protumačen kao usporedba vjerojatnosti dvije konjunkcije koje su takve da je jedan konjunkt u prvoj konjunkciji negacija jednog konjunkta u drugoj konjunkciji, i pri takvoj se interpretaciji problem konjunkcije iz izvornog Lindinog problema u potpunosti izbjegava. Problem se može protumačiti i kao usporedba dva događaja koji nisu u potpunosti nezavisni. Treća interpretacija uzima u obzir maksimu relevantnosti. Ono što je zajedničko za sve tri mogućnosti je da su fundamentalno različite od formalne interpretacije problema, te da ukazuju na veliku razliku u dva načina na koji ljudi razmišljaju: u prirodnom jeziku problem postaje vrlo izražen, jer je, sudeći po ispitivanjima, veoma teško blokirati ili eliminirati implikaciju jedne ili druge vrste. No kad se ljude natjera da o problemu razmišljaju na formalan način, on se pojavljuje puno rjeđe.

Iz ovih saznanja, može se izvući sljedeći zaključak: formalni i neformalni jezik podrazumijevaju dva vrlo različita načina razmišljanja. To pak ukazuje da racionalnost, shvaćena kao nešto što svi intuitivno smatramo jednim intrinzičnim ljudskim svojstvom, nije istovjetna logičnosti. Način govora je previše različit, i zahtijeva neku vrstu prilagodbe. No već i činjenica da su ljudi sposobni za takvu prilagodbu ide u prilog tezi da ljudi u suštini jesu racionalna bića; u stanju su prilagoditi se, i ispraviti pogreške, te usvojiti način razmišljanja koji inače ne koriste. Preostaje odrediti točan odnos između logičnosti i racionalnosti.

## Literatura

Ariely, D. 2008. *Predictably Irrational: The Hidden Forces That Shape Our Decisions*. New York: HarperCollins Publishers.

Berenson, T. 2018. Here's Where President Trump Stands on 5 Gun Control Ideas. *Time*. <http://time.com/5195469/donald-trump-gun-control-white-house/> stranica posjećena: 10. rujna 2018.

Briggs, R.A. 2014. Normative Theories of Rational Choice: Expected Utility. *Stanford Encyclopedia of Philosophy*. <https://plato.stanford.edu/entries/davidson/> stranica posjećena: 10. rujna 2018.

Cognitive Bias. *Wikipedia*. 2018. [https://en.wikipedia.org/wiki/Cognitive\\_bias](https://en.wikipedia.org/wiki/Cognitive_bias) stranica posjećena: 10. rujna 2018.

Copi, I.M., Cohen, C. i McMahon, K. 2011. *Introduction to Logic*. Essex: Pearson Education.

Cosmides, L. (1985). *Deduction or Darwinian Algorithms? An explanation of the "elusive" content effect on the Wason selection task*. Doctoral dissertation, Harvard University. University Microfilms #86-02206.

Čuljak, Z. ur. 2003. *Vjerovanje, opravdanje i znanje: Suvremene teorije znanja i epistemičkog opravdanja*. Zagreb: Ibis Grafika.

Dancy, J. 2001. *Uvod u suvremenu spoznajnu teoriju*. Zagreb: Hrvatski Studiji.

Dulany, D.E. i Hilton, D.J. 1991. Conversational implicature, conscious representation and the conjunction fallacy. *Social Cognition* 9, 85-110.

Gigerenzer, G. i Hertwig, R. 1999. The Conjunction Fallacy Revisited: How Intelligent Inferences Look Like Reasoning Errors. *Journal of Behavioral Decision Making* 12: 275-305. Berlin: Max Planck Institute for Human Development.

Gozzano, S. 1999. Davidson on Rationality and Irrationality. *Interpretations and Causes. New Perspectives on Donald Davidson's Philosophy*, Dordrech: Synthese Library 285, 137-49.

Greco, J. i Sosa, E. ur. 2004. *Epistemologija: Vodič u teorije znanja*. Zagreb: Jesenski i Turk.

Johnson, R.J. 2000. *Manifest rationality: A pragmatic theory of argument*. London: Lawrence Erlbaum Associates.

Kahneman, D. 2011. *Thinking, fast and slow*. New York: Farrar, Strauss and Giroux.

Lubin, G. i Lebowitz, S. 2015. 58 cognitive biases that screw up everything we do. *Business Insider*. <https://www.businessinsider.com/cognitive-biases-2015-10> stranica posjećena: 10. rujna 2018.

Malpas, J. 2014. Donald Davidson. *Stanford Encyclopedia of Philosophy*. <https://plato.stanford.edu/entries/davidson/> stranica posjećena: 10. rujna 2018.

Morier, D.M. i Borgida, E. 1984. The conjunction fallacy: A task specific phenomenon? *Personality and Social Psychology Bulletin* 10, 243-252.

Steinberger, F. 2016. The Normative Status of Logic. *Stanford Encyclopedia of Philosophy*. <https://plato.stanford.edu/entries/davidson/> stranica posjećena: 10. rujna 2018.

Tversky, A. i Kahneman, D. 1983. Extension versus intuitive reasoning: The conjunction fallacy in probability judgment. *Psychological review* 90 (4): 239-315.