

# Umjetna inteligencija - Neizrazita (fuzzy) logika

---

**Kovačević, Tea**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2016**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Rijeka, Faculty of Humanities and Social Sciences / Sveučilište u Rijeci, Filozofski fakultet u Rijeci**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:186:703287>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-12-18**



*Repository / Repozitorij:*

[Repository of the University of Rijeka, Faculty of Humanities and Social Sciences - FHSSRI Repository](#)



**SVEUČILIŠTE U RIJECI**  
**FILOZOFSKI FAKULTET U RIJECI**

**Odsjek za politehniku**

**Tea Kovačević**

**Umjetna inteligencija - Neizrazita  
(fuzzy) logika  
(završni rad)**

**Rijeka, 2016. godine**

**SVEUČILIŠTE U RIJECI**

**FILOZOFSKI FAKULTET U RIJECI**

Studijski program: sveučilišni preddiplomski studij politehnike

Tea Kovačević  
mat. broj: 0009064786

# **Umjetna inteligencija - Neizrazita (fuzzy) logika**

- završni rad -

**Mentor : mr. sc. Gordan Đurović**

**Rijeka, 2016. godine**

# FILOZOFSKI FAKULTET U RIJECI

## Odsjek za Politehniku

U Rijeci, 20. siječnja 2016. godine

# ZADATAK ZA ZAVRŠNI RAD

Pristupnik: **Tea Kovačević**

Studij: **Sveučilišni preddiplomski studij politehnike**

Naslov završnog rada: **Umjetna inteligencija - Neizrazita (fuzzy) logika / Artificial Intelligence - Fuzzy logic**

Znanstveno područje: **2. Tehničke znanosti**

Znanstveno polje: **2.09. Računarstvo**

Znanstvena grana: **2.09.04 umjetna inteligencija**

Kratak opis zadatka: Objasniti osnovnu ideju neizazitog zaključivanja te usporedbu s klasičnom logikom (sličnosti i razlike). Opisati neizrazite skupove kao osnovu za prikaz ulaznih i izlaznih podataka sustava s neizrazitim zaključivanjem. Detaljno objasniti postupke zaključivanja (Sugeno i Mamdani), njihove razlike te prednosti i nedostatke. Izraditi neizraziti ekspertni sustav zaključivanja s više ulaza i 1 izlazom koji rješava problem prodaje nekretnina u skladu sa željama potencijalnih kupaca.

Zadatak uručen pristupniku: **23. ožujka 2016. godine**

Ovjera prihvaćanja završnog rada od strane mentora: \_\_\_\_\_

Završni rad predan: \_\_\_\_\_

Datum obrane završnog rada: \_\_\_\_\_

Članovi ispitnog povjerenstva: 1. predsjednik - \_\_\_\_\_

2. mentor - \_\_\_\_\_

3. član - \_\_\_\_\_

Konačna ocjena: \_\_\_\_\_

Mentor

\_\_\_\_\_  
mr. sc. Gordan Đurović

## **IZJAVA**

Izjavljujem da sam završni rad izradila samostalno, isključivo znanjem stečenim na Odsjeku za politehniku Filozofskoga fakulteta u Rijeci, služeći se navedenim izvorima podataka i uz stručno vodstvo mentora mr.sc. Gordana Đurovića.

U Rijeci, 28. srpnja 2016.

## SAŽETAK

Ovim radom se objašnjava pojam i osnovna ideja neizrazite (fuzzy) logike kao oblika umjetne inteligencije. Detaljno se analiziraju fuzzy skupovi te se osvrćemo na filozofske ideje iza fuzzy logike, proučavamo njenu aparaturu i uzimamo u obzir kako se fuzzy logika koristi u fuzzy ekspertnim sustavima. Predstavljaju se dvije metode fuzzy interferencije (Mamdani i Sugeno stil interferencije). U svrhu jasnijeg prikaza, navode se razni primjeri, a na kraju rada se izrađuje primjer neizrazitog ekspretnog sustava zaključivanja koji rješava problem prodaje nekretnina u skladu sa željama potencijalnih kupaca.

**Ključne riječi:** Neizrazita (fuzzy) logika, umjetna inteligencija, fuzzy interferencija, lingvistička varijabla, Madmani stil interferencije, Sugeno stil interferencije, fuzzy ekspretni sustavi

## **ABSTRACT**

This paper explains the concept and the basic idea of fuzzy logic as a form of artificial intelligence .It contains a detailed analysis of fuzzy sets and a review of the philosophical ideas behind fuzzy logic, we study its apparatus and take into account how the fuzzy logic is used in the fuzzy expert systems. This paper also presents two methods of fuzzy interference ( Mamdani and Sugeno style interference ) . For the purpose of clarity, various examples are listed , and at the end of the work is made an example of fuzzy reasoning system that solves the problem of selling real estates in accordance with the wishes of potential buyers.

**Key words:** fuzzy logic, artificial intelligence, fuzzy interference, linguistic variable, Mamdani interference style, Sugeno interference style, fuzzy expert systems

## SADRŽAJ:

<b>1. Uvod</b> .....	<b>1</b>
<b>2. Osnovna idea neizrazitog zaključivanja</b> .....	<b>2</b>
2.1 Usporedba s klasičnom logikom.....	2
2.2. Booleanova ili konvencijonalna logika .....	4
<b>3. Neizraziti skupovi</b> .....	<b>6</b>
3.1 Ulazni i izlazni podaci sustava s neizrazitim zaključivanjem.....	7
<b>4. Postupci zaključivanja</b> .....	<b>9</b>
4.1 Mamdani.....	9
4.2 Sugeno .....	15
4.2.1 Njihove razlike .....	17
4.2.2 Prednosti i nedostaci.....	17
<b>5. Primjer neizrazitog ekspretnog sustava</b> .....	<b>18</b>
5.1 Rezultat rada.....	23
<b>6. Zaključak</b> .....	<b>26</b>
<b>7. Literatura</b> .....	<b>27</b>
<b>8. Popis tablica i popis slika</b> .....	<b>28</b>



## 1. Uvod

Umjetna inteligencija predstavlja neživi sistem koji pokazuje snalaženje u novim situacijama, zapravo pokazuje inteligenciju. Kako bi izradila strojeve sposobne za inteligentno ponašanje, umjetna inteligencija kombinira nauku i inženjerstvo. Primjenom matematičkih metoda, cilj umjetne inteligencije je da ljudski način zaključivanja pretvori u algoritam.

Tema završnog je jedan od oblika umjetne inteligencije: neizrazita (fuzzy) logika. Metodu fuzzy logike se teško može opisati određenim matematičkim modelom, te predstavlja novi pristup problemima upravljanja složenim sustavima. Rad ima sedam poglavlja. Prvo se govori o osnovnoj ideji neizrazitog zaključivanja i uspoređivanje sa klasičnom logikom. Opisuju se neizraziti skupovi kao osnova za prikaz ulaznih i izlaznih podataka sustava s neizrazitim zaključivanjem. Zatim se navode postupci zaključivanja te njihove razlike i njihovi prednosti i nedostaci.

Izrađen je neizrazit ekspretni sustav zaključivanja koji rješava problem prodaje nekretnina u skladu sa željama potencijalnih kupaca te je na kraju dan zaključak.

## 2. Osnovna idea neizrazitog zaključivanja

Fuzzy logika nije logika koja je nejasna, nego logika koja se koristi da bi se objasnila nejasnoća. Fuzzy logika je teorija nejasnih skupova, skupova koji kalibriraju neodređenost. Njena ideja je da se mjerenju stvari pristupa stupnjevanjem zasnovanim na ljestvicama - temperatura, visina, brzina, udaljenost, ljepota.

1930-tih Jan Lukasiewicz, poljski logičar i filozof, uvodi fuzzy ili više vrijednosnu logiku. Proučavao je matematički prikaz nejasnoće baziran na terminima kao što su visok, star i topao. Za razliku od klasične logike koja koristi samo dvije vrijednosti 1 (istina) i 0 (laž), Lukasiewicz uvodi logiku koja povećava opseg istinitih vrijednosti na sve realne brojeve između 1 i 0. Na primjer, mogućnost da je čovjek visok 181 cm moglo bi se namjestiti na vrijednost 0.86. To nam govori da je velika mogućnost da je taj čovjek visok.

1965. Lofti Zadeh objavljuje članak „Fuzzy skupovi“ u kojem otkriva nejasnoće, te ih istražuje i promovira. Nova logika za predstavljanje i rukovanje nejasnim terminima nazvana je fuzzy logikom, a Zadeh se smatra njezinim začetnikom.

### 2.1 Usporedba s klasičnom logikom

Klasična logika koristi samo dvije vrijednosti: istinu i laž. Ta logika ne može predstavljati nedorečene koncepte, dok je kod fuzzy logike osnovna ideja da element pripada nejasnom setu s nekim stupnjem članstva. Na taj način svaka tvrdnja nije ni apsolutno točna ni apsolutno netočna već je u nekom stupnju točna ili netočna.

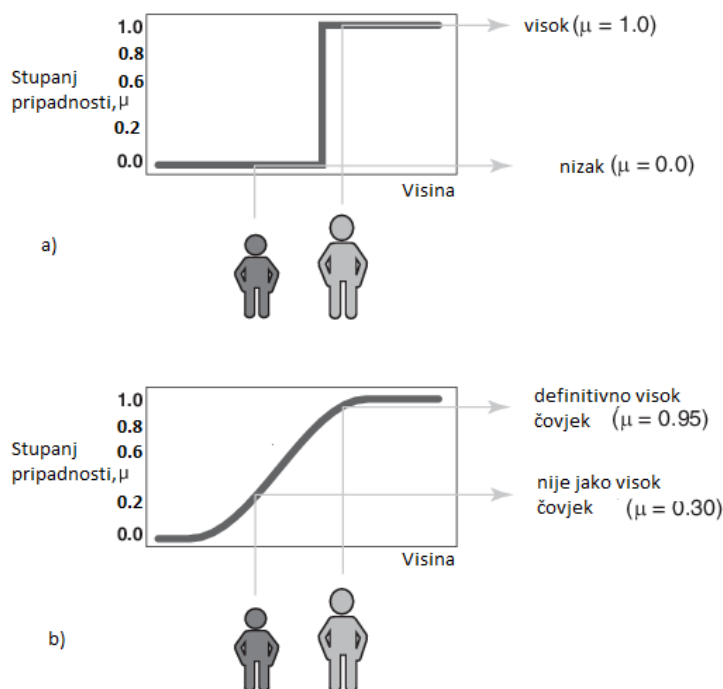
Primjer fuzzy teorije može se pokazati na visini osobe. Element fuzzy skupa „visina osobe“ su svi ljudi, ali njihov stupanj pripadnosti tom skupu ovisi o njihovoj visini (kao što je prikazano u tablici 1.)

Imena	Visina [cm]	Stupanj pripadnosti	
		Klasična	Fuzzy
Dario	208	1	1.00
Marko	205	1	1.00
Ivan	198	1	0.98
Tomislav	181	1	0.82
David	179	0	0.78
Matej	172	0	0.24
Robert	167	0	0.15
Saša	158	0	0.06
Borislav	155	0	0.01
Petar	152	0	0.00

Tablica 1. Stupanj pripadnosti ovisi o visini.

Uzmimo za primjer Marka s visinom od 205 cm kojem je dana vrijednost 1 i Petra na visini od 152 cm s vrijednost 0. Svim ljudim između te dvije visine su dani stupnjevi. Prema tablici 1. možemo vidjeti da klasična teorija postavlja pitanje „Da li je čovjek visok?“ i postavlja granicu na recimo 180 cm. Visoki su ljudi svi iznad granice a niski ispod granice. S druge strane fuzzy teorija postavlja pitanje „Koliko je čovjek visok?“ i odgovor je djelomično članstvo fuzzy skupa, naprimjer Tomislav je 0.82 visok.

Na slici 2.1 možemo vidjeti kako nam fuzzy teorija pruža elegantan prijelaz preko granice. Prema dijagramima možemo zaključiti da nam fuzzy skup „visok čovjek“ prikazuje visinske vrijednosti u odgovarajućoj vrijednosti. Tako da David sa 179 cm, što je samo 2 cm manje od Tomislava, više nije ni visok ili nizak čovjek, kako bi klasična logika tvrdila. Po tome su i David i drugi ljudi stupnjevani kao visoki ljudi sukladno njihovoj visini.



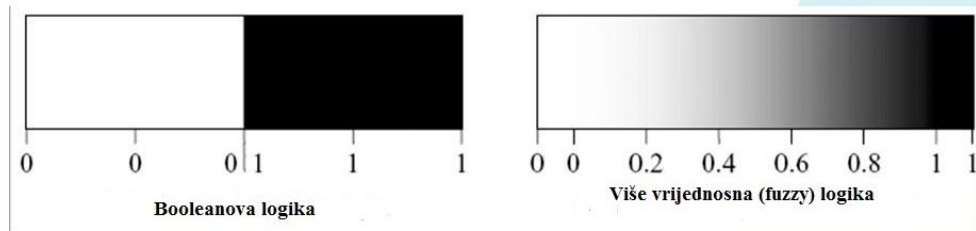
Slika 2.1 Klasičan (a) i fuzzy (b) dijagram.

## 2.2. Booleanova ili konvencijonalna logika

Booleanova ili konvencijonalna logika koristi jasne razlike. Povlači liniju u pijesku između članova klase i ne članova. Ako kažemo da je Tomislav visok, jer je njegova visina 181 cm i povučemo granicu na 180 cm, David koji je visok 179 cm, je nizak. Da li je David zbilja nizak čovjek ili jesmo li mi samo povukli proizvoljnu liniju u pijesku?

Fuzzy logika dovodi do toga da je moguće izbjeći takve apsurdne. Održava kako ljudi razmišljaju i pokušava modelirati naš smisao riječi, naše donošenje odluka ili zdrav razum. Za razliku od dvo-vrijednosne Booleanove logike (članovi klase i ne članovi), fuzzy logika je više vrijednosna. Bavi se stupnjevanjem članstva i stupnjevanjem istinitosti, koristi kontinutet logičkih vrijednosti između 0 (totalna laž) i 1 (totalna istina). Umjesto da su stvari samo crne i bijele, fuzzy logika uvodi spektar boja, prihvaćajući da stvari mogu biti djelom istinite, a djelom neistinite.

Slika 2.2 nam prikazuje da fuzzy logika dodaje opseg logičkih vrijednosti na Booleanovu logiku. Klasična logika sada se može shvaćati kao poseban slučaj više vrijednosne fuzzy logike.



Slika 2.2. Raspon logičke vrijednosti u Boolean i fuzzy logiku

### 3. Neizraziti skupovi

„Klasičnom“ skupu, pripadnost objekta egzaktno je određena: ili je objekt izvan ili je unutar skupa. Uzmimo da je  $X$  skup i neka su njegovi elementi  $x$ .

$$f_A(x): X \rightarrow 0,1$$

Ovo prikazuje da je skup  $X$  sastavljen od dva elementa. Za bilo koji element  $x$  skupa  $X$ , karakteristična funkcija  $f_A(x)$  je jednaka 1, ako je  $x$  element od skupa. Ako je  $f_A(x)$  jednak 0, tada  $x$  nije element skupa.

$$f_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{za } x \in A \\ 0, & \text{za } x \notin A \end{cases}$$

Neizrazit skup se može definirati kao skup s nejasnim granicama. Neizrazit skup  $X$  je definiran funkcijom  $\mu_A(x)$  zvanom funkcijom članstva skupa  $A$ . Ako  $\{0,1\}$  zamjenimo sa  $[0,1]$ , tada skup  $A$  dopušta kontinuitet mogućih izbora.

$$\mu_A(x): X \rightarrow [0,1]$$

Za bilo koji element  $x$  skupa  $X$ , funkcija članstva je jednaka stupnju kojem je  $x$  element skupa. Vrijednost između 0 i 1 predstavlja stupanj članstva, koji se također zove vrijednost elementa  $x$  u skupu.

$$\mu_A(x) = 1 \text{ za } x \text{ koji potpuno pripada skupu}$$

$$\mu_A(x) = 0 \text{ za } x \text{ koji ne pripada skupu}$$

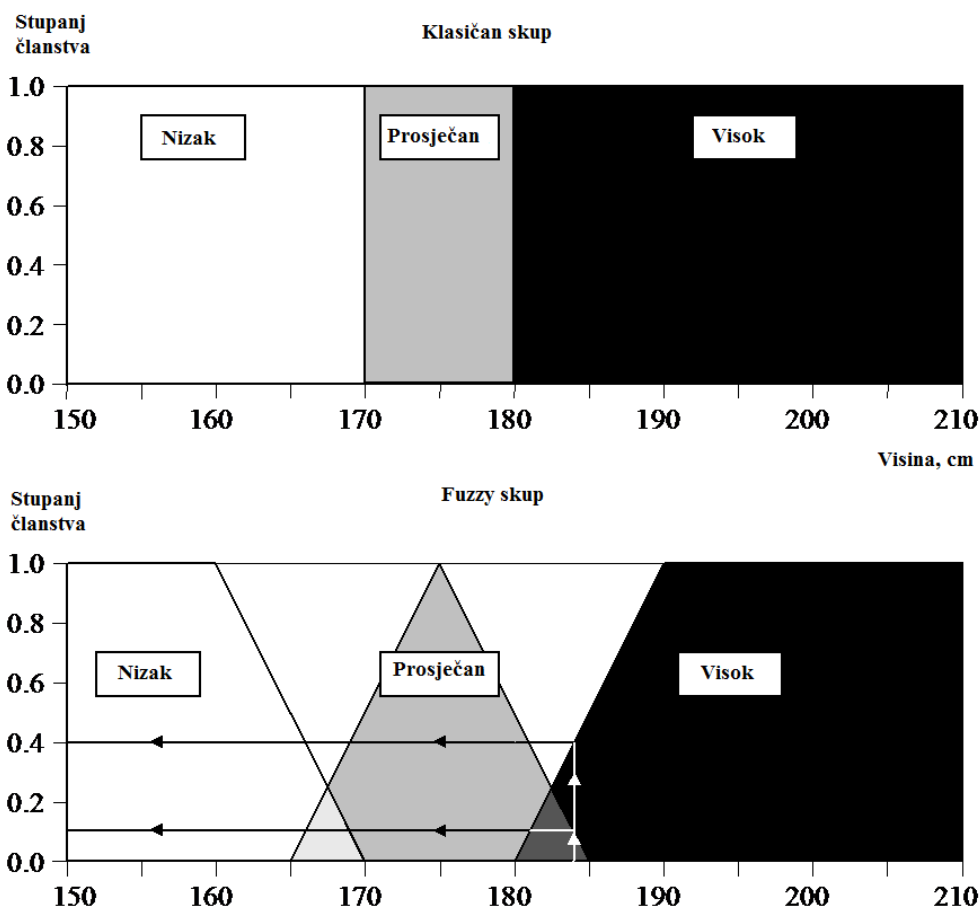
$$0 < \mu_A(x) < 1 \text{ za } x \text{ koji djelomično pripada skupu}$$

### 3.1 Ulazni i izlazni podaci sustava s neizrazitim zaključivanjem

Funkcija članstva mora biti prva određena. Za formiranje neizrazitog skupa ima mnogo metoda. Jedan od najpraktičnijih pristupa za formiranje skupa oslanja se na znanju ljudskog stručnjaka. Stručnjak je upitan za njegovo mišljenje o tome da li različiti elementi pripadaju zadanom skupu.

Još jedan koristan pristup je skupiti znanja od različitih stručnjaka. Nova tehnika formiranja neizrazitog (fuzzy) skupa je nedavno predstavljena. Bazirana je na umjetnim prirodnim mrežama, koje „uče“ slobodne podatke operacijskih sistema i onda izvlače automatski fuzzy skup.

Vratimo se na primjer „visoki čovjek“. Promatrani skup - visina čovjeka- sastoji se od 3 skupa: nizak, prosječan i visok čovjek. U fuzzy logici, čovjek od 184 cm je član prosječnog čovjeka s stupnjem članstva od 0.1, te je ujedno i član visokog čovjeka s stupnjem od 0.4. Možemo zaključiti da čovjek od 184 cm ima djelomično članstvo u više skupova. Ovi skupovi su prikazani na slici 3.1 u usporedbi s klasičnim skupom.



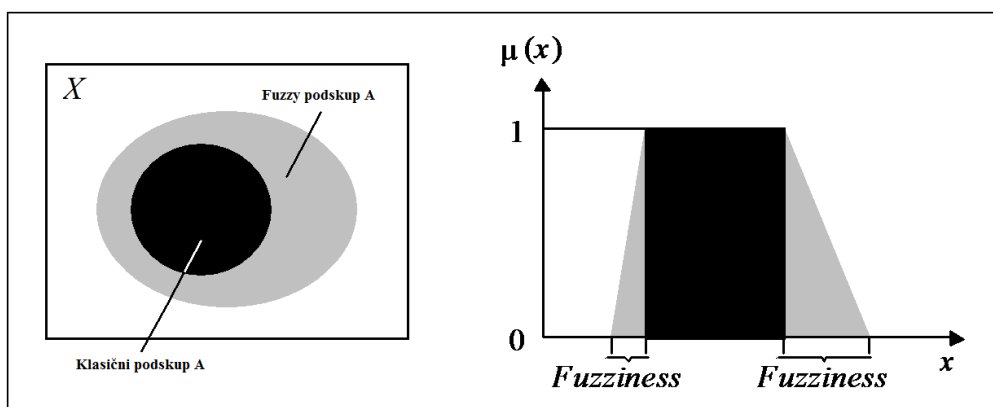
Slika 3.1 Klasičan i fuzzy skupovi od nizak, prosječan i visok

Prepostavimo da je skup  $X$ , zvan referentni super skup, uvijen skup koji sadrži pet elementa  $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ . Neka  $A$  bude klasičan podskup od  $X$  te neka se sastoji od dva elementa  $A = \{x_1, x_2\}$ .

Podskup  $A$  možemo opisati kao  $A = \{(x_1, 0), (x_2, 1), (x_3, 1), (x_4, 0), (x_5, 0)\}$ , tj. kao skup parova  $\{(x_i, \mu_A(x_i))\}$ , gdje  $\mu_A(x_i)$  je članska funkcija od elmenata  $x_i$  u podskupu  $A$ . Pitanje je da li  $\mu_A(x_i)$  može imati samo dvije vrijednosti (0 ili 1) ili bilo koju vrijednost između 0 i 1. To predstavlja kao osnovno pitanje u fuzzy skupovima. Ako je referetni super skup i  $A$  podskup  $X$ , onda je  $A$  fuzzy skup od  $X$  ako i samo ako je:

$$A = \{(X, \mu_A(x)) \mid x \in X, \mu_A(x): X \rightarrow [0,1]\}$$

U posebnom slučaju, kada  $X \rightarrow \{0,1\}$  je korišten umjesto  $X \rightarrow [0,1]$ , tada fuzzy podskup  $A$  postaje uvijeni podskup  $A$



Slika 3.2 Prikaz klasičog i fuzzy podskupa od  $X$

Fuzzy podskup  $A$  od konačnog referentnog super seta  $X$  može biti izražen kao

$$A = \{x_1, \mu_A(x_1)\}, \{x_2, \mu_A(x_2)\}, \dots, \{x_n, \mu_A(x_n)\}$$

Međutim, podskup  $A$  možemo zapisati kao

$$A = \{\mu_A(x_1)/x_1\}, \{\mu_A(x_2)/x_2\}, \dots, \{\mu_A(x_n)/x_n\}$$

gdje je simbol  $/$  korišten za vezivanje vrijednosti članstva s koordinatama na horizontalnoj osi. Za prikaz kontinuiteta fuzzy skupa u računalu, trebao izraziti ga kao funkciju i onda označiti elemente skupa sa njihovim stupnjem članstva.



## 4. Postupci zaključivanja

Fuzzy interferenciju možemo definirati kao proces preslikavanja iz određenog ulaza (input) do izlaza (output), koristeći teoriju fuzzy skupa. Imamo dvije vrste stila interferencije: Mamdani stil interferencije i Sugeno stil interferencije.

### 4.1 Mamdani

Mamdani stil interferencije je najčešće korišten tehnika fuzzy interferencije. Profesor Ebrahim Mamdani, 1975. godine je napravio jedan od prvih fuzzy sistema za kontroliranje parnog stroja i kombinacijska kotla.

Mamdani fuzzy interferencija je objavljena u 4 koraka:

1. Fuzifikacija ulaza (input) varijabli,
2. Evaluacija pravila,
3. Agragacija na pravilo izlaza (output),
4. Defuzifikacija

Da bi vidjeli kako to funkcionira, istražili smo jednostavan problem s dva ulaza i jednim izlazom koji uključuje tri pravila:

Pravilo 1:

IF x je A3

OR y je B1

THEN z je C1

Pravilo 2:

IF x je A2

AND y je B2

THEN z je C2

Pravilo 1:

IF projektna\_sredstva su adekvatna (dovoljna)

OR projektno\_osoblje je malo

THEN rizik je mali

Pravilo 2:

IF projektna\_sredstva su marginalna (ograničena)

AND projektno\_osoblje je veliko

THEN rizik je normalan

Pravilo 3:

IF  $x$  je A1

THEN  $z$  je C3

Pravilo 3:

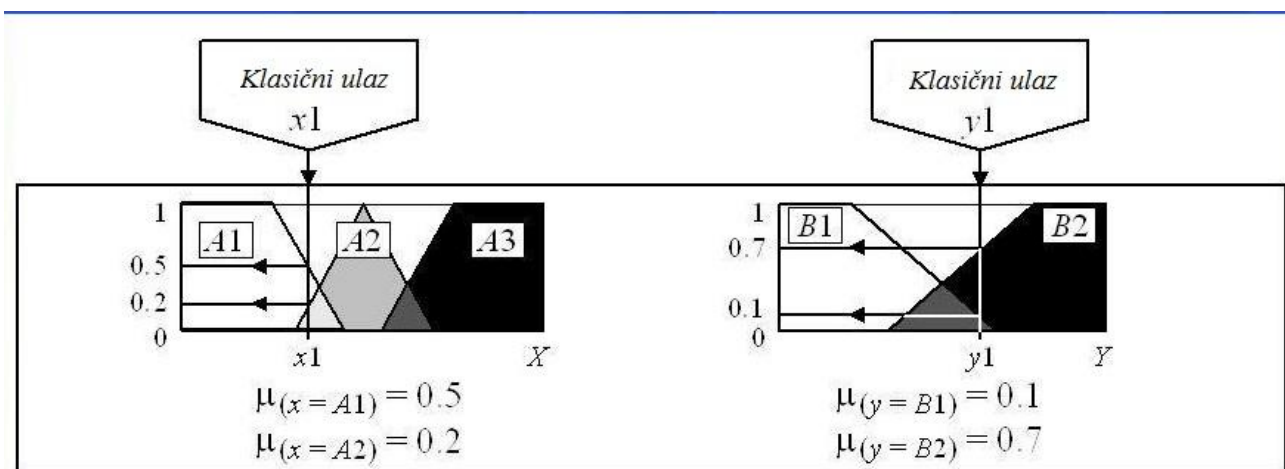
IF projektna\_sredstva su neadekvatna

THEN rizik je velik

Gdje su  $x$ ,  $y$ ,  $z$  lingvističke varijable, A1, A2, A3 su lingvističke vrijednosti dobivene preko fuzzy skupa X (projektna sredstva), B1 i B2 su lingvističke vrijednosti dobivene preko fuzzy skupa Y (projektno osoblje), C1, C2 i C3 lingvističke vrijednosti dobivene preko fuzzy skupa Z (rizik).

### Korak 1: Fuzifikacija

Uzimaju se klasični ulazi  $x_1$ ,  $y_1$  i određuje stupanj u kojem ovi ulazi pripadaju svakom odgovarajućem fuzzy skupu. Na slici 4.1 prikazuje se projektno sredstvo ( $x_1$ ) i projektno osoblje ( $y_1$ ).



Slika 4.1 projektno sredstvo ( $x_1$ ) i projektno osoblje ( $y_1$ )

Što je klasični ulaz i kako se on određuje?

Klasični ulaz je numerička vrijednost limitirana promatrani skup. U našem slučaju  $x_1$  i  $y_1$  su limitirane na skupove X i Y. Opseg skupa može biti određen procjenom stručnjaka. Na primjer, ako trebamo ispitati rizik uključen u razvijanje „fuzzy projekta“, možemo pitati stručnjake da nam daju brojeve između 0 i 100% koji reprezentiraju projektna sredstva i projektno osoblje. Stručnjak mora odgovoriti do koje mjere su projektna sredstva i projektno osoblje zbilja dovoljni. Neki ulazi mogu

biti direktno mjerljivi (visina, težina, brzina, udaljenost, temperatura, pritisak...), neki od njih mogu biti bazirani na procjeni stručnjaka.

Jednom kad su ulazi  $x_1$  i  $y_1$  dobiveni, oni su fuzificiraju s odgovarajućim lingvističkim fuzzy sklopom. Ako je  $x_1$  ocjenjen od stručnjaka na 35%, onda on odgovara članskoj funkciji  $A_1$  i  $A_2$  u stupnju 0.5 i 0.2, a ulaz  $y_1$  na 60% odgovara članskoj funkciji  $B_1$  i  $B_2$  u stupnju 0.1 i 0.7. Ovim načinom, svaki ulaz je fuzificiran s članskom funkcijom po fuzzy pravilima.

## Korak 2: Evaluacija pravila

Treba uzeti fuzificirane ulaze,  $\mu_{(x=A1)} = 0.5$ ,  $\mu_{(x=A2)} = 0.2$ ,  $\mu_{(y=B1)} = 0.1$  i  $\mu_{(y=B2)} = 0.7$ , i primjeniti ih na prethodnike fuzzy pravila. Ako fuzzy pravilo ima više prethodnika, fuzzy operator (and i or) se koristi kako bi se dobio jedan broj koji predstavlja rezultat prethodnikove evaluacije. Taj broj se onda primjenjuje na posljednikovu člansku funkciju. Da bi se eveluiralo dizfunkcija pravila prethodnika, koristimo OR fuzzy operaciju.

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max [\mu_A(x), \mu_B(x)]$$

Međutim, OR operacija može lako biti prilagođena ako je potrebno. Kao primjer, MATLAB alati fuzzy logike imaju dvije ugrađene OR metode: max i vjerojatno OR metodu, probor. Vjerojatni OR, poznat kao i algebrska suma se računa:

$$\mu_{A \cup B}(x) = \text{probor} [\mu_A(x), \mu_B(x)] = \mu_A + \mu_B - \mu_A * \mu_B$$

Da bi odredili konjugaciju pravila prethodnika, primjenjujemo AND fuzzy operaciju presjecanja:

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min [\mu_A(x), \mu_B(x)]$$

Alati fuzzy logike imaju i dvije AND metode: min i rezultat (produkt):

$$\mu_{A \cap B}(x) = \text{prod} [\mu_A(x), \mu_B(x)] = \mu_A * \mu_B$$

Da li različite metode ili fuzzy operacije mogu dati i različite rezultate?

Istražitelji su predložili i primjenili nekoliko pristupa upotrebe AND ili OR fuzzy operacije i naravno, različite metode mogu dovesti do različitih rezultata. Još jednom ćemo istražiti pravilo.

Pravilo 1:

IF  $x$  je A3 (0.0)

OR  $y$  je B1 (0.1)

THEN  $z$  je C1 (0.1)

$$\mu_{C1}(z) = \max [\mu_{A3}(x), \mu_{B1}(y)] = \max [0.0, 0.1] = 0.1$$

or

$$\mu_{C1}(z) = \text{probor} [\mu_{A3}(x), \mu_{B1}(y)] = 0.0 + 0.1 - 0.0 * 0.1 = 0.1$$

Pravilo 2:

IF  $x$  je A2 (0.2)

AND  $y$  je B2 (0.7)

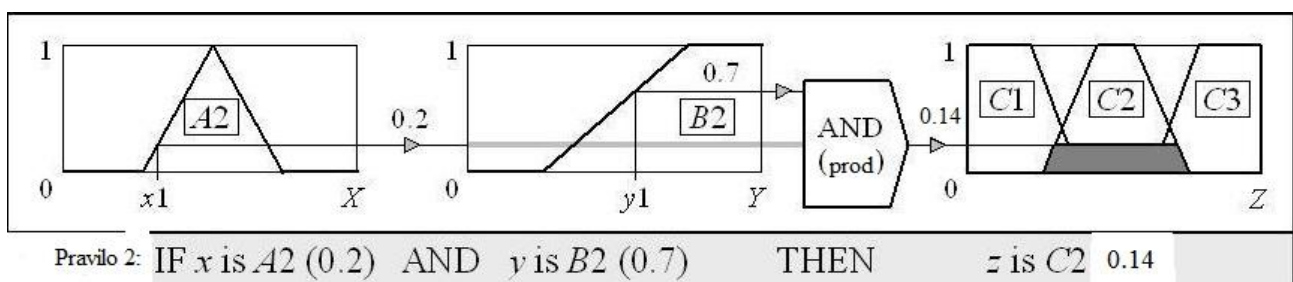
THEN  $z$  je C2 (0.2)

$$\mu_{C2}(z) = \min [\mu_{A2}(x), \mu_{B2}(y)] = \min [0.2, 0.7] = 0.2$$

or

$$\mu_{C2}(z) = \text{prod} [\mu_{A2}(x), \mu_{B2}(y)] = 0.2 * 0.7 = 0.14$$

Znači, pravilo 2 se može predstaviti i na način na koji je prikazano kao i na slici 4.2. Sada rezultat evaluacije prethodnika se može primjeniti na člansku funkciju posljednika.



Slika 4.2 AND fuzzy operacija

### Korak 3: Agregacija pravila izlaza

Agregacija je proces unifikacije izlaza svih pravila. Uzmemo člansku funkciju svih pravila posljednika koje su prije podsjećene ili umanjene i kombiniramo ih u jedinstveni fuzzy skup. Izlaz

agregacijskog postupka je lista podsjećenih ili umanjenih članskih funkcija posljednika, a izlaz je jedan fuzzy skup za svaku varijablu izlaza.

#### Korak 4: Defuzifikacija

Fuzifikacija nam pomaže da procijenimo pravila, ali krajnji izlaz fuzzy skupa mora biti klasičan broj. Ulaz za defuzifikaciju je agregatni izlaz fuzzy skupova, a izlaz je jedan broj.

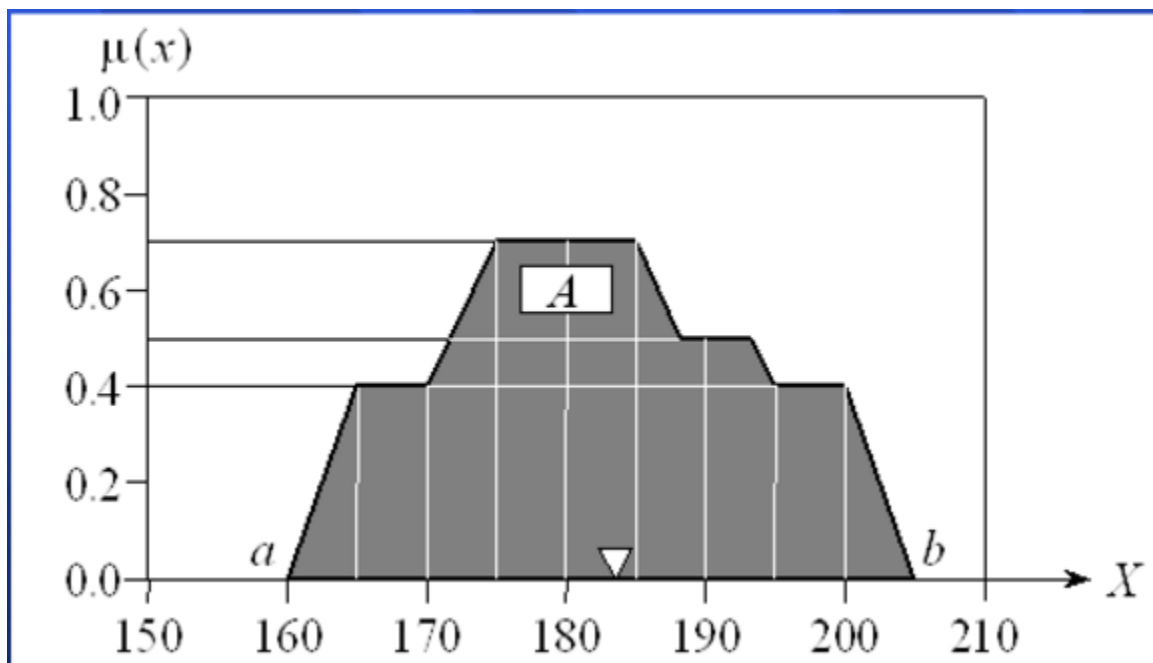
Kako defuziramo agregirani fuzzy skup?

Postoji nekoliko metoda, ali najpopularnija je tehnika centroid. Pronalazi točku gdje vertikalna linija bi trebala presjecati agregatni skup u dvije jednake mase. Matematički centar gravitacije (COG) može se izraziti kao:

$$\text{COG} = \frac{\int_a^b \mu_A(x) x dx}{\int_a^b \mu_A(x) dx}$$

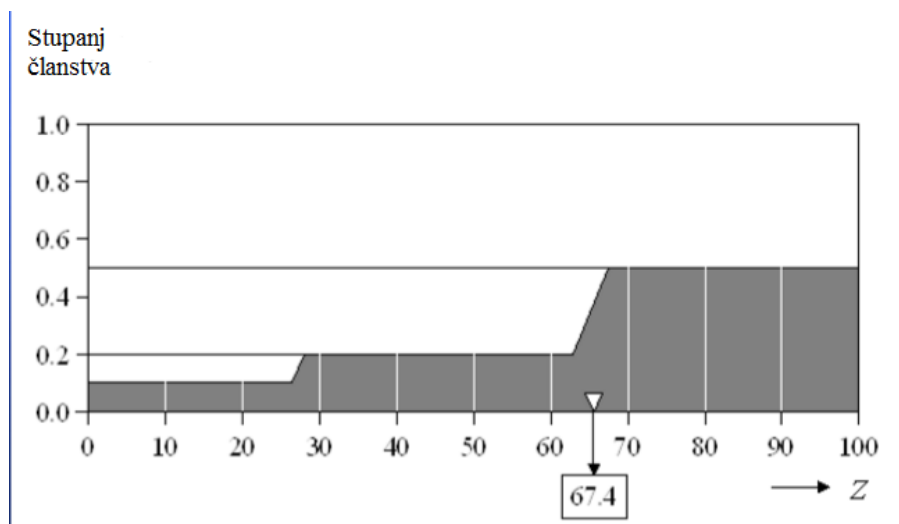
Kao što je prikazano na slici 4.3, centroid defuzifikacija pronalazi točku koja predstavlja matematički centar gravitacije fuzzy skupa A na intervalu ab. U teoriji, matematički centar gravitacije se računa kao kontinuitet točaka agregiranih izlaza članskih funkcija, ali u praksi, razumna procjena može se dobiti računanjem uzorkom točaka (slika 4.3). Tada je formula:

$$\text{COG} = \frac{\sum_{x=a}^b \mu_A(x) x}{\sum_{x=a}^b \mu_A(x)}$$



Slika 4.3 Centroid metoda od defuzifikacije

Ajmo sad izračunati COG za naš problem. Rješenje je prikazano na slici 4.4



Slika 4.4 Rezultat defuzifikacije

$$\text{COG} = \frac{(0+10+20)*0.1+(30+40+50+60)*0.2+(70+80+90+100)*0.5}{0.1+0.1+0.1+0.2+0.2+0.2+0.2+0.5+0.5+0.5+0.5} = 67.4$$

Rezultat defuzifikacije je klasični izlaz  $z_1 = 67.4$ . To znači da je rizik uključen u naš fuzzy projekt 67.4%.

## 4.2 Sugeno

Možemo li skratiti vrijeme fuzzy zaključka?

Možemo koristiti jedan šiljak, singleton, kao člansku funkciju pravila posljednika. Ovu metodu je prvi uveo Michio Sugeno, 1985. godine. Singleton (jedna stvar), ili preciznije fuzzy singleton, je fuzzy skup sa članskom funkcijom koja je jedinstvo na jednoj posebnoj točki skupa i na nuli bilo gdje drugdje.

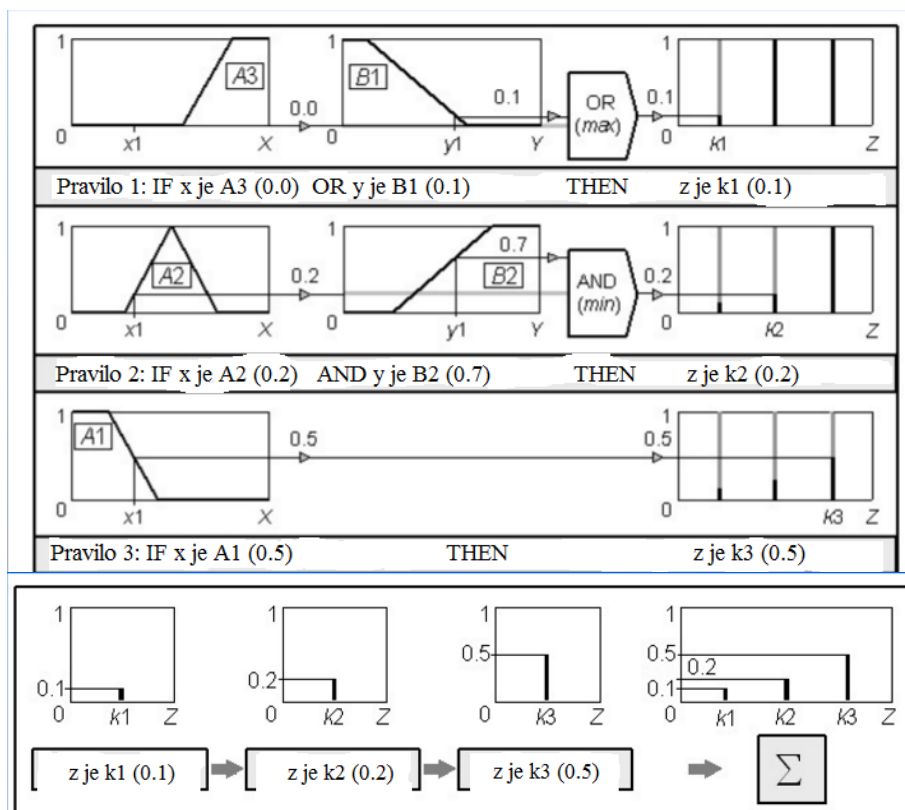
Sugeno stil interferencije je dosta sličan Mamdani metodi. Sugeno je samo promjenio pravilo posljednika. Umjesto fuzzy skupa, koristi matematičku funkciju ulazne varijable. Format sugeno stila fuzzy pravila je:

IF  $x$  je A

AND  $y$  je B

THEN  $z$  je  $f(x,y)$

Gdje su  $x$ ,  $y$  i  $z$  lingvističke varijable, A i B su fuzzy skup na univerzumu diskursa X i Y, stoga  $f(x,y)$  je matematička funkcija.



Slika 4.5 Prikaz evaluacije pravila Sugeno stila i agregacije pravila izlaza

Najčešće korišteni nultog reda sugeno fuzzy model primjenjuje pravila u sljedećoj formi:

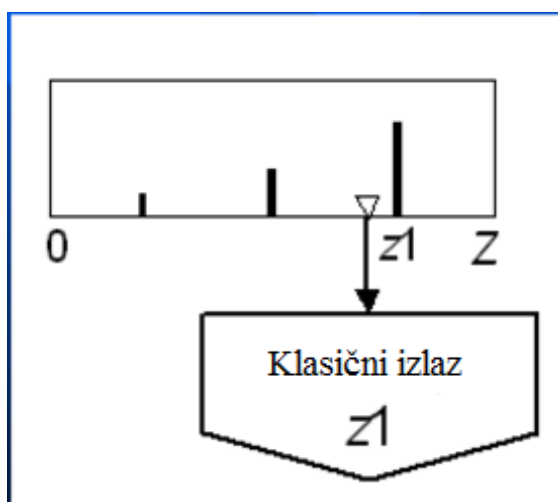
IF  $x$  je A

AND  $y$  je B

THEN  $z$  je k

gdje je k konstantan.

U ovom slučaju, izlaz svakog fuzzy pravila je konstantan. Znači da svaka članska funkcija posljednika je predstavljena singleton šiljkom. Slika 4.6 prikazuje fuzzy interferenciju na sugeno modelu nultog reda.



Slika 4.6 Defuzifikacija

Kao što možemo vidjeti operacija sakupljanja jednostavno uključuje sve singletonove. Sada možemo naći ponderiranu sredinu (WA) ovih singletonova:

$$WA = \frac{\mu(k1)*k1 + \mu(k2)*k2 + \mu(k3)*k3}{\mu(k1) + \mu(k2) + \mu(k3)} = \frac{0.1*20 + 0.2*50 + 0.5*80}{0.1 + 0.2 + 0.5} = 65$$

Sugeno sistem nultog reda mogao bi biti dovoljan za potrebe našeg problema. Često singleton izlaz funkcije zadovoljava potrebe danog problema.



### **4.2.1 Njihove razlike**

Mamdani stil nas traži da nađemo centroid od dvodimenzionalnog oblika integrirajući preko kontinuirano promjenjive funkcije. U globalu, taj proces nije računski točan. Jedina razlika između Mamdani i Sugeno metode je što kod Sugeno metode pravilo posljednika je singleton.

### **4.2.2 Prednosti i nedostaci**

Mamdani metoda je širom prihvaćena za prikazivanje znanja stručnjaka. Dopušta nam da opišemo ekspertize u više intuitivnom, ljudskom ponašanju. Međutim, mamdani tip fuzzy interferencije zahtjeva znatno računalno opterećenje.

Sugeno metoda je računski efektivna i radi dobro s optimiziranim i prihvatljivim tehnikama, što je jako prihvatljivo u sustavima upravljanja, osobito za dinamične nelinearne sisteme.

## 5. Primjer neizrazitog ekspretnog sustava

Da bi ilustrirali dizajn neizrazitog (fuzzy) ekspretnog sustava, moramo uzeti u obzir želje potencijalnih kupaca. Neizraziti ekspretni sustav zaključivanja s više ulaza i jednim izlazom koji će riješiti problem prodaje nekretnina u skladu sa željama potencijalnih kupaca.

Ulazni podaci: prosječno vrijeme čekanja, broj nekretnina

Izlazni podaci: inicijalni broj zainteresiranih kupaca

Na tržištu nekretnina prodavatelj mora kupcu ponuditi „nešto više“. Kupac zahtjeva da za svoj novac dobije što je više moguće: dobru lokaciju, nisku cijenu „kvadrata“, uključeno parkirališno mjesto.

Ovdje je cilj da prodavač nekretnina zna želje i očekivanja, kako bi kupci bili zadovoljni. Tipični proces razvijanja neizrazitog ekspretnog sustava uključuje sljedeće korake:

1. Specifikacija problema i definiranje lingvističkih varijabli
2. Određivanje fuzzy skupa
3. Izmamiti i iskonstruirati fuzzy pravila
4. Šifrirati fuzzy skup, fuzzy pravila i proceduru za izvedbu fuzzy interferencije u ekspretni sustav
5. Eveluirati i podesiti sustav

Korak 1: Specifikacija problema i definiranje lingvističkih varijabli

Prvo i najvažniji korak u izradi bilo kojeg ekspretnog sustava je specificirati problem. Moramo opisati naš problem terminima iz inženjstva. Drugim rječima, moramo odrediti problemski ulaz i izlaz varijable i njihov opseg. Za naš problem su 4 glavne lingvističke varijable: prosječno vrijeme čekanja  $m$ , vrijednost nekretnine  $p$ , broj nekretnina  $s$ , i inicijalni broj zainteresiranih kupaca  $n$ .

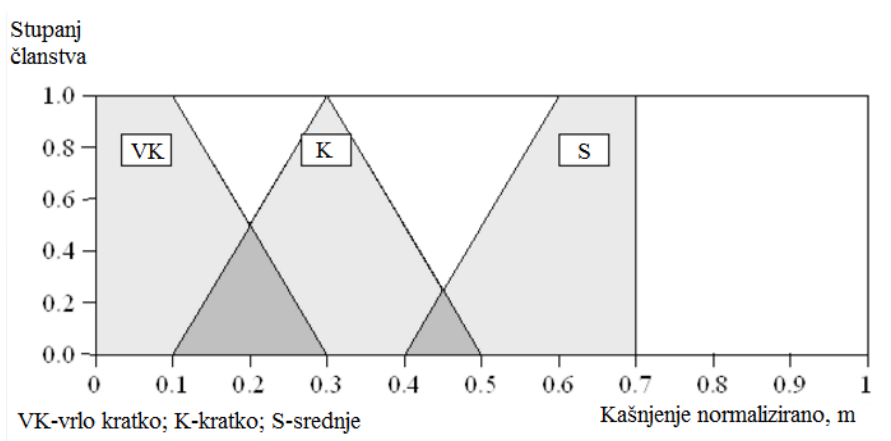
Prosječno vrijeme čekanja ( $m$ ) je najvažniji kriterij prodaje nekretnina. Kašnjenje u pronalasku nekretnine koja odgovara kriterijima kupaca, nije dobro za prodavača nekretnina, jer vrijednost nekretnine otpada ( $p$ ).

Vrijednost nekretnine ( $p$ ) je omjer između brzine dolaska kupca  $\lambda$  i njegove brzine odlaska  $\mu$ . Magnitude između  $\lambda$  i  $\mu$  pokazuje stopu gubljenja kupaca (gubljenje kupaca po jedinici vremena) i prodaja (prodaja po jedinici vremena). Stopa prodaje je proporcijalna broju nekretnina, „ $s$ “. Da bi povećali produktivnost prodaje nekretnina, prodavač nekretnine mora pokušati održati što veći „ $p$ “.

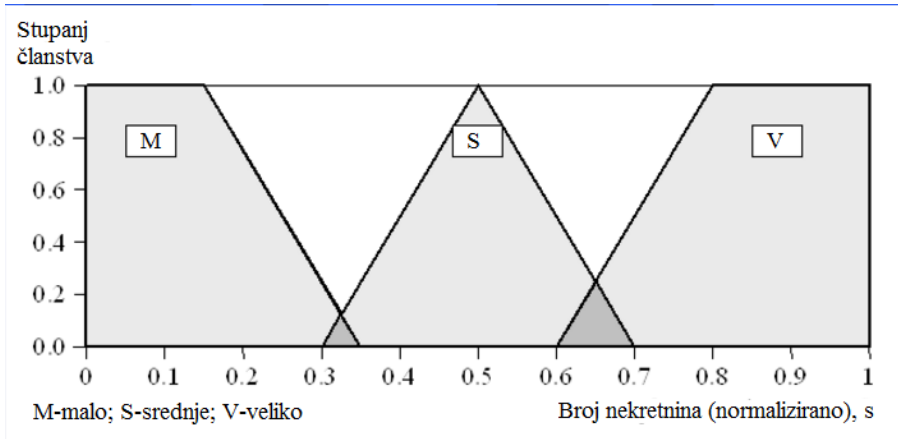
Broj nekretnina „ $s$ “ i inicijalni broj zainteresiranih kupaca „ $n$ “ djeluju na količinu prodaje nekretnina. Ako povećamo  $s$  i  $n$ , postizemo veću zainteresiranost kupaca i veći broj nekretnina, ali isto i povećavamo troškove zapošljavanja novih prodavača nekretnina. Imamo tri ulaza:  $m$ ,  $s$  i  $p$  te jedan izlaz  $n$ . Prodavač želi odrediti broj zainteresiranih kupaca kojih će biti dovoljno da bi se prosječno vrijeme čekanja moglo povećati u prihvatljivom omjeru. Sada trebamo odrediti omjere naših lingvističkih varijabli. Za „ $m$ “ moramo uzeti u obzir tri lingvističke vrijednosti- vrlo kratko, kratko i srednje, jer ostale vrijednosti kao što su dugo i vrlo dugo jednostavno nisu praktične. Prodavač si ne može priuštiti da kupac čeka duže od srednje vrijednosti vremena.

## Korak 2: Određivanje fuzzy skupa

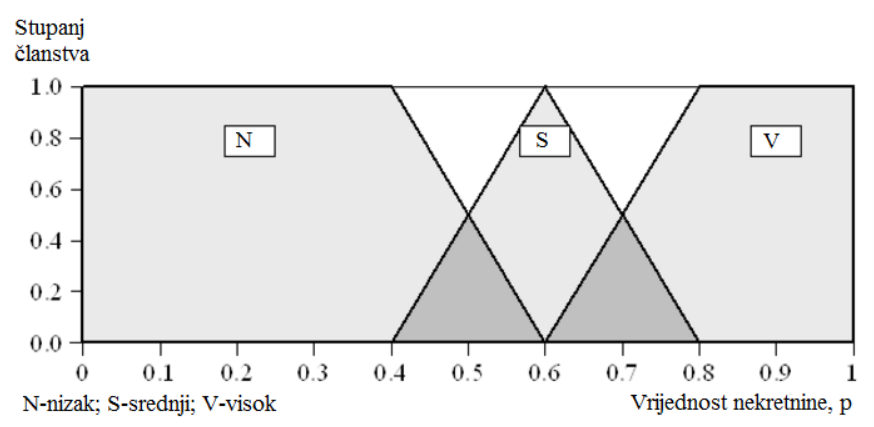
Fuzzy skup može imati puno različitih oblika. Međutim, trokut ili trapezoid može često ponuditi adekvatno predstavljanje znanja stručnjaka, te u isto vrijeme značajno pojednostaviti proces komutacije. Slike 5.1 do 5.4 pokazuju fuzzy skup za sve lingvističke varijable koje se koriste u našem problemu. Kao što možete primjetiti, jedan od ključnih stvari je održati dovoljno preklapanje u pridruženom fuzzy skupu u fuzzy sistemu za jednostavan odgovor.



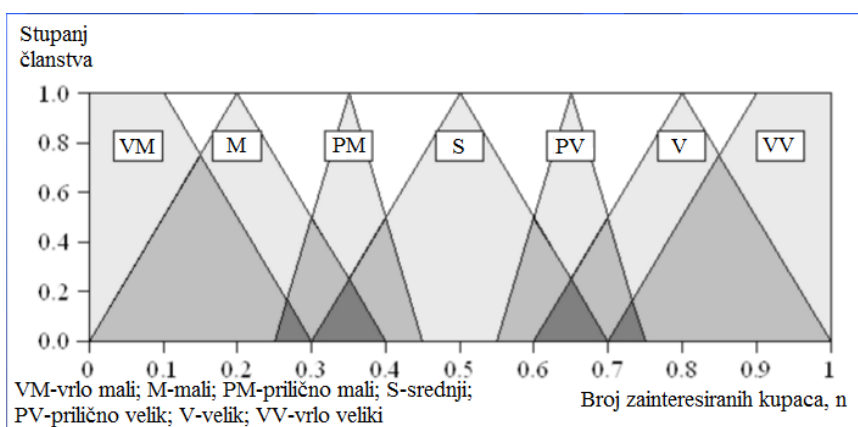
Slika 5.1 Prosječno vrijeme čekanja, m



Slika 5.2 Broj nekretnina, s



Slika 5.3 Vrijednost nekretnine, p



Slika 5.4 Broj zainteresiranih kupaca, n

### Korak 3: Izmamiti i iskonstruirati fuzzy pravila

Sljedeće što trebamo je dobiti fuzzy pravila. Da bi izvršili ovaj zadatak, možemo pitati stručnjaka da nam opiše kako se problem može riješiti koristeći fuzzy lingvističke varijable prethodno definirane. Tri su ulaza i jedan je izlaz u našem primjeru. Često je prikladno prikazati fuzzy pravila u formi matrice. Za 3-1 sistem prezentacija uzima oblik  $M \times N \times K$  kocke. Ovakav oblik prezentacije naziva se fuzzy asocijativna memorija (FAM). Ako prvo napravimo vrlo jednostavni odnos između  $p$  i  $n$ , pretpostavljajući da su ostale ulazne varijable fiksne. Odnos se može prikazati u sljedećoj formi: ako  $p$  naraste, onda  $n$  neće opadati. Sljedeće pravilo možemo napisati kao:

1. If (vrijednost\_nekretnina je N(nizak)) then (broj\_zainteresiranih\_kupaca je M(mali))
2. If (vrijednost\_nekretnina je S(srednji)) then (broj\_zainteresiranih\_kupaca je S(srednji))
3. If (vrijednost\_nekretnina je V(visok)) then (broj\_zainteresiranih\_kupaca je V(veliki))

Sada možemo stvoriti  $3 \times 3$  FAM koji će predstavljati ostatak pravila u matrici. Rezultati ovoga su prikazani na slici 5.5. Detaljna analiza operacije nekretnina, skupa s „dodirom stručnjaka“ može omogućiti da deriviramo 27 pravila koja predstavljaju komplicirane odnose između svih varijabli korištenih u znanstvenom sustavu.

	V	S	M
V	S	M	VM
S	PV	PM	M
M	VV	V	S
	VK	K	S

Slika 5.5 Rezultati FAM-a

Korak 4: Šifrirati fuzzy skup, fuzzy pravila i procedura za pretvaranje fuzzy interferencije u ekspertni sustav

Sljedeći zadatak nakon definiranja fuzzy skupa i fuzzy pravila je šifriranje putem kojega ćemo zapravo napraviti fuzzy ekstremni sustav. Kada je programski jezik izabran, znanstveni inženjer mora samo šifrirati fuzzy pravila u sintaksu sličnu engleskom te definirati grafičku člansku funkciju.

Za razvoj fuzzy ekstremnog sustava možemo koristiti jedan od najpopularnijih alata fuzzy logike, MATLAB. On nudi sistemski okvir za računanje s fuzzy pravilima i grafičke korisničke smetnje. Lako je za shvatiti ga i za korištenje, čak i za početnike.

Korak 5: Evaluirati i podesiti sustav

Zadnji i najteži zadatak je evaluirati i prilagoditi sustav. Moramo vidjeti da li naš sustav ispunjava uvjete određene na početku. Nekoliko test situacija zavisi o očekivanom kašnjenju, broju nekretnina i vrijednosti nekretnine. Alat fuzzy logike ima posebni kapacitet: može generirati 3-dimenzionalnu površinu tako da varira bilo koja dva ulaza, a da jedan ostane fiksna. Tako možemo promatrati 3-1 sustav na dva 3-dimenzionalna nacrtu. Stručnjaci neće biti zadovoljni sa izvedbom. Za poboljšanje, mogli bi predložiti dodatne setove. Obično razumno rješenje problema može se postići od prve serije fuzzy seta i pravila. To je priznata prednost fuzzy logike, međutim poboljšanje sustava je više umjetnost nego inženjerstvo.

## 5.1 Rezultat rada

Koristeći Mamdani stil interferencije riješit ćemo primjer ekspretnog sustava zaključivanja koji rješava problem prodaje nekretnina.

Imamo dva ulaza i jedan izlaz koji ćemo provest kroz tri pravila.

Ulazni podaci: prosječno vrijeme čekanja (m), broj nekretnina (s)

Izlazni podaci: inicijalni broj zainteresiranih ljudi (n)

Pravilo 1:

IF m je A3

OR s je B1

THEN n je C1

Pravilo 2:

IF m je A2

AND s je B2

THEN n je C2

Pravilo 3:

IF m je A1

THEN n je C3

Pravilo 1:

IF prosječno\_vrijeme\_čekanja je vrlo kratko

OR broj\_nekretnina je mali

THEN broj\_ljudi je velik

Pravilo 2:

IF prosječno\_vrijeme\_čekanja je kratko

AND broj\_nekretnina je velik

THEN broj\_ljudi je srednji

Pravilo 3:

IF prosječno\_vrijeme\_čekanja je srednje

THEN broj\_ljudi je mali

Gdje su m, s i n su lingvističke varijable, A1, A2, A3 si lingvističke vrijednosti dobivene preko fuzzy skupa X (prosječno vrijeme čekanja), B1 i B2 su lingvističke vrijednosti dobivene preko fuzzy skupa Y (broj nekretnina), C1, C2, C3 lingvističke vrijednosti dobivene preko fuzzy skupa Z (broj ljudi).

### Korak 1: Fuzifikacija

Trebaju se odrediti klasični ulazi  $x_1$  i  $y_1$  koji pripadaju odgovarajućem fuzzy skupu. Određujemo ulaze procjenom stručnjaka, ako je  $x_1$  ocjenjen na 30%, onda on odgovara članskoj funkciji A1 i A2 u stupnju 0.3 i 0.1, a ulaz  $y_1$  na 55% odgovara članskoj funkciji B1 i B2 u stupnju 0.2 i 0.6.

## Korak 2: Evaluacija pravila

Fuzificirani ulazi:  $\mu_{(x=A1)} = 0.3$ ,  $\mu_{(x=A2)} = 0.1$ ,  $\mu_{(y=B1)} = 0.2$  i  $\mu_{(y=B2)} = 0.6$  i primjenjujemo ih na prethodnike fuzzy pravila.

Pravilo 1:

IF m je A3 (0.0)

OR s je B1 (0.2)

THEN n je C1 (0.2)

$$\mu_{C1}(n) = \max [\mu_{A3}(m), \mu_{B1}(s)] = \max [0.0, 0.2] = 0.2$$

or

$$\mu_{C1}(n) = \text{probor} [\mu_{A3}(m), \mu_{B1}(s)] = 0.0 + 0.2 - 0.0 * 0.2 = 0.2$$

Pravilo 2:

IF m je A2 (0.1)

AND s je B2 (0.6)

THEN n je C2 (0.1)

$$\mu_{C2}(n) = \min [\mu_{A2}(m), \mu_{B2}(s)] = \min [0.1, 0.6] = 0.1$$

or

$$\mu_{C2}(n) = \text{prod} [\mu_{A2}(m), \mu_{B2}(s)] = 0.1 * 0.6 = 0.06$$

## Korak 3: Agregacija pravila izlaza

Uzmemo člansku funkciju posljednika i kombiniramo ih u jedinstveni fuzzy skup. Izlaz je jedan fuzzy skup za svaku varijablu izlaza.

## Korak 4: Defuzifikacija

Koristimo centroid metodu koja se računa preko formule:

$$\text{COG} = \frac{\sum_{x=a}^b \mu_A(x)x}{\sum_{x=a}^b \mu_A(x)}$$



Rezultat defuzifikacije za naš zadatak:

$$\text{COG} = \frac{(0+10+20)*0.2+(30+40+50+60)*0.1+(70+80+90+100)*0.3}{0.2+0.2+0.2+0.1+0.1+0.1+0.1+0.3+0.3+0.3+0.3} = 57.3$$

Rezultat je klasični izlaz  $n1 = 57.3$ . U naš fuzzy projekt broj zainteresirani kupaca je 57.3%

## 6. Zaključak

Neizrazita (fuzzy) logika je logika umjetne inteligencije koja opisuje nejasnoću. Fuzzy logika pokušava modelirati ljudski način govora, donošenje odluka i zdravi razum te vodi do više ljudskih inteligentnih strojeva.

Fuzzy logika je skup matematičkih principa za predstavljanje znanja baziranog na stupnjevima članstva, a ne na jednostavnom članstvu klasične binarne logike.

Kod fuzzy logike imamo fuzzy pravila koja se koriste kako bi se ljudsko znanje prikazalo. Interferencija je proces određivanja od danih ulaza i izlaza koristeći teoriju fuzzy skupova. On uključuje 4 koraka: fuzifikacija ulaza (input) varijabli, evaluacija pravila, agregacija izlaza (output) pravila i defuzifikacija.

Dvije teorije kod fuzzy interferencije su Mamdani i Sugeno metode. Prva je širom prihvaćena u fuzzy ekspretnim sustavima zbog svoje sposobnosti hvatanja znanja stručnjaka u fuzzy pravila. Međutim zahtjeva znatan računalni teret.

Kod Sugeno metode, koristi se samostalni šiljci, singleton, kao člansku funkciju pravila posljednika.

Fuzzy ekspretni sustavi pomažu u donošenju odluka u određenim područjima u kojima se znanje može jednostavno prikazati IF-THEN pravilima. Kod fuzzy ekspretnog sustava proces koji ubraja definiranje fuzzy seta i pravila, evaluaciju i podešavanje sustava dok ne zadovolji određene zahtjeve.

Ekspretni sustavi imaju nedostatak da samostalno ne mogu učiti i nepreciznost podataka, te da bi im se poboljšala pouzdanost dobivenog rješenja kombiniraju se sdrugim metodama umjetne inteligencije, kao poput neuronskih mreža.

## 7. Literatura

1. Michael Negnevitsky: Expert systems (computer science),  
ISBN: 0201-71159-1, Addison Wesley, USA
2. <http://slideplayer.com> , 28.08.2016

## 8. Popis tablica i popis slika

- Tablica 1. Stupanj pripadnosti ovisi o visini
- Slika 2.1 Klasičan (a) i fuzzy (b) dijagram
- Slika 2.2 Raspon logičke vrijednosti u Boolean i fuzzy logiku
- Slika 3.1 Klasičan i fuzzy skupovi od nizak, prosječan i visok
- Slika 3.2 Prikaz klasičnog i fuzzy podskupa od X
- Slika 4.1 Projektno sredstvo (x1) i projektno osoblje (y1)
- Slika 4.2 AND fuzzy operacija
- Slika 4.3 Centroid metoda od defuzifikacije
- Slika 4.4 Rezultat defuzifikacije
- Slika 4.5 Prikaz evaluacije pravila Sugeno stila i agregacije pravila izlaza
- Slika 4.6 Defuzifikacija
- Slika 5.1 Prosječno vrijeme čekanja, m
- Slika 5.2 Broj nekretnina, s
- Slika 5.3 Vrijednost nekretnina, p
- Slika 5.4 Broj zainteresiranih kupaca, n
- Slika 5.5 Rezultat FAM-a